ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1939.

PRÉSIDENCE DE M. AUGUSTE BÉHAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La Section des Académiciens libres a perdu au cours de l'année qui vient de s'écouler trois de ses Membres et voici que la mort impitoyable vient à nouveau de la frapper en la personne de **Paul Séjourné**.

Notre Confrère était né à Orléans le 21 décembre 1851 et fit ses études en vue d'arriver à l'École polytechnique où il entra en 1871; de là il passa à l'École des Ponts et Chaussées en 1873. Il fut nommé Ingénieur en chef en 1893 et en mai 1896 il entra à la Compagnie des chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée, où il atteignit, peu à peu, les grades les plus élevés.

En 1901, il fut nommé, à l'École des Ponts et Chaussées, professeur du Cours spécial *Ponts en Maçonnerie* et il a publié de 1912 à 1916 sous le titre de *Grandes Voûtes* la matière de son enseignement, en y ajoutant les détails utiles. Cet ouvrage comprend 6 magnifiques volumes, in-4°, ornés de belles gravures et photographies.

Il se fit remarquer dès les premières années de sa carrière d'Ingénieur par la construction de plusieurs ponts de chemins de fer où il apporta des formes et des modes d'exécution nouveaux qui furent souvent imités en France, en Italie et en Allemagne.

Tels sont les trois ponts qu'il exécuta comme Ingénieur de l'État, de 1882

à 1884, pour la Compagnie des Chemins de fer du Midi; sur les rivières de l'Ariège et de l'Agout.

Notre Secrétaire perpétuel Émile Picard a retracé en ces termes une partie de son œuvre :

« M. Séjourné s'est révélé constructeur éminent et chef d'école pour la construction des ponts en maçonnerie. Il est arrivé à renouveler et à rajeunir un art qui semblait épuisé.

« C'est un technicien de grande envergure, doublé d'un constructeur artiste qui s'est acquis une brillante notoriété par ses ouvrages d'une rare élégance et par l'originalité de ses méthodes dans la construction des voûtes à grande portée. On peut dire, que depuis quarante ou cinquante ans, trois grands progrès ont été réalisés dans la construction des grandes voûtes en maçonnerie. Le premier réside dans l'articulation des voûtes; il est dû à l'Ingénieur Dupuit. Les deux autres consistent, en premier lieu, à couper les rouleaux en tronçons et à les claver au mortier sec, partout où il y a une fissure à craindre; en second lieu, à construire les ponts larges sur deux minces anneaux de tête. Les deux derniers progrès sont dus à M. Séjourné. »

Des récompenses étaient venues sanctionner la haute valeur de ses travaux. L'Académie des Sciences lui décerna en 1918 le Prix Caméré, il avait obtenu en 1908 le Prix quinquennal Rouville, qui était attribué pour la première fois. Enfin, en 1919, en souvenir de ses travaux personnels, de son enseignement remarquable à l'École des Ponts et Chaussées, de sa participation à la Défense nationale pendant la guerre, M. Séjourné fut élevé, à titre exceptionnel, par décret, au grade d'Inspecteur général des Ponts et Chaussées.

L'Académie des Sciences l'a appelé dans son sein le 8 décembre 1924. Paul Séjourné était grand officier de la Légion d'Honneur.

Au nom de l'Académie des Sciences j'adresse à sa famille l'expression de nos respectueuses condoléances pour la perte qu'elle a faite de l'homme éminent qui honora à la fois la Science et sa Patrie.

La séance publique sera levée après l'élection inscrite à l'ordre du jour.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un problème continu analogue au battage des cartes.* Note de M. **Émile Borel.**

Soit un segment de droite OA, en chaque point duquel nous supposerons inscrite d'une manière indélébile l'abscisse de ce point ([1]). Nous définirons *l'opération élémentaire* suivante : prenons deux points au hasard, P_1 et Q_1 sur OA ; ce segment est ainsi divisé en trois segments que nous désignons par α, β, γ à partir de la gauche, c'est-à-dire du point O ; nous ferons glisser ces segments, sans les retourner, de manière à les mettre, soit dans l'ordre $\beta\alpha\gamma$ (opération A), soit dans l'ordre $\alpha\gamma\beta$ (opération B). Nous admettrons que, lorsque l'opération élémentaire est répétée plusieurs fois de suite, on fait soit alternativement les opérations A et B, soit chacune de ces opérations avec une probabilité déterminée et voisine de $1/2$.

Après avoir effectué $n-1$ fois de suite l'opération élémentaire, les éléments du segment OA se trouvent brouillés et constituent un segment $O_n A_n$, renfermant tous les points de OA, rangés dans un ordre différent. Pour nous rendre compte du degré de ce brouillage, fixons une longueur h petite par rapport à OA et considérons sur le segment OA tous les intervalles x, $x+h$, situés sur OA, c'est-à-dire que si l'on prend O comme origine et OA comme unité de longueur, x varie de 0 à $1-h$. Parmi ces segments, il en est qui se trouveront conservés intacts sur $O_n A_n$; les valeurs de x correspondantes forment un ensemble dont la mesure sera désignée par $\varphi_n(h)$. Il est évident que, quel que soit n, $\varphi_n(h)$ tend vers l'unité lorsque h tend vers zéro. Par contre, si h croît à partir de zéro, on trouvera une valeur a de h telle que pour h supérieur ou égal à a, $\varphi_n(h)$ sera égal à zéro. Nous dirons alors que le brouillage qui s'est trouvé réalisé est *parfait à l'échelle a*. Bien entendu, si, au lieu d'envisager $n-1$ opérations élémentaires déterminées, nous portions notre attention sur l'ensemble des $n-1$ opérations qui peuvent être conçues par tous les choix possibles faits au hasard, on devrait seulement parler des probabilités pour que le brouillage soit parfait à une échelle inférieure ou égale à une longueur a.

([1]) Ceci peut être réalisé d'une manière concrète en remplaçant le segment OA par un trapèze birectangle OAO'A' et les divisions du segment par un découpage du trapèze au moyen de droites perpendiculaires à OA.

Il y aurait également intérêt à définir le degré du brouillage; si l'on considère sur $O_n A_n$ tous les points qui se trouvaient primitivement sur le segment $x, x+h$, et si l'on désigne par $\theta(x)$ la longueur du plus petit des intervalles qui renferme tous ces points, le minimum, le maximum et la valeur moyenne de $\theta(x)$ permettent de préciser le degré du brouillage à l'échelle h.

L'étude de ces divers problèmes se trouve simplifiée par une remarque qui, bien que très simple, me paraît avoir une portée très générale. Lorsque l'on effectue pour la $k^{\text{ième}}$ fois l'opération élémentaire, on doit placer au hasard deux points P_k et Q_k sur le segment $O_k A_k$, lequel est formé des éléments du segment primitif OA, disposés dans un ordre différent. Il est évident qu'*il revient au même de placer deux points* P_k *et* Q_k *au hasard sur le segment primitif* OA *et de choisir précisément sur* $O_k A_k$ *ces points* P_k *et* Q_k, *à la place qu'ils y occupent à la suite des* $k-1$ *premières opérations élémentaires*. On peut donc, *si l'on a l'intention d'effectuer* n *opérations élémentaires, placer dès le début sur* OA, $2n$ *points* P_1, Q_1, P_2, Q_2, ..., P_n, Q_n; *ces opérations sont alors définies d'une manière précise* (à condition que l'on ait fixé également l'ordre dans lequel alternent les opérations A et B).

Étant donnés deux nombres ε et a, le problème se pose de déterminer un nombre n tel que, au bout de n opérations élémentaires, la probabilité, pour que le brouillage soit parfait à l'échelle a, soit supérieure à $1-\varepsilon$. Ce problème se ramène à l'étude des probabilités de la longueur du plus grand des intervalles obtenus lorsque l'on place $2n$ points P_1, Q_1, ..., P_n, Q_n au hasard sur un segment OA. Cette étude a été faite par MM. E. J. Gumbel et Paul Lévy [2].

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La nature de l'aliment réagit-elle sur celle des réserves?* Note [1] de MM. Marin Molliard et Robert Échevin.

La notion même de l'*assimilation* des matériaux utilisés comme aliments par les êtres vivants implique que ceux-ci transforment les substances qui servent à leur édification en des composés caractéristiques des divers organes de chacune des espèces envisagées. Cette notion paraît s'opposer à

---

[2] Voir ci-dessous, p. 147, la Note de M. Paul Lévy.

[1] Séance du 9 janvier 1939.

l'idée d'un changement possible dans la nature des réserves élaborées par une plante lorsqu'on vient à faire pénétrer dans celle-ci des matières différentes de celles qu'elle élabore elle-même.

Or divers auteurs, à propos des relations qui s'établissent entre deux végétaux à la suite d'une greffe, ont avancé qu'un greffon, capable par exemple de fabriquer de l'inuline, amène la formation de cette substance dans un porte-greffe dépourvu normalement de cette forme de réserve. Il a été démontré, en particulier par M. Colin et ses élèves, que l'inuline, qui peut être entraînée dans le porte-greffe, n'y subsiste que d'une manière transitoire et qu'elle disparaît au même titre que si elle était introduite par injection (2); des expériences de même ordre ont été faites d'autre part par Guignard relativement à divers glucosides cyanogénétiques, qui eux aussi ne sauraient persister dans le corps d'une espèce qui n'en élabore pas normalement.

Dans les expériences qui font l'objet de cette Note nous avons cherché à voir si la nature des réserves subit une modification quand on fournit directement, aux racines de plantes cultivées aseptiquement, des sucres simples ou complexes de nature variée; les plantes auxquelles nous nous sommes adressés sont le Radis, dont les réserves de l'appareil végétatif sont constituées par du saccharose pouvant se condenser en amidon, et le Scorsonère, qui contient dans sa racine du saccharose et de l'inuline; nous les avons fait se développer dans des solutions gélosées contenant 7 pour 100 de glucose ou de lévulose ou 10 pour 100 de saccharose.

Considérons tout d'abord ce qui se passe pour le Radis; au bout de 40 jours les feuilles restent bien vertes sur saccharose, mais prennent une teinte jaunâtre en présence de glucose ou de lévulose; nous nous contenterons de comparer, au point de vue de leur composition glucidique, les échantillons (feuilles et tubercules) développés en présence de lévulose avec les plantes obtenues dans les conditions ordinaires de culture; le tableau ci-après rend compte des analyses effectuées, les nombres étant rapportés à 100 de substance fraîche.

---

(2) Voir à ce sujet la Note récente de M. Franquet (*Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 1442).

Radis.

Nature des sucres.	Cultures normales.		Cultures sur lévulose.	
	Feuilles.	Tubercules.	Feuilles.	Tubercules.
Saccharose	0,03	0,09	0,23	1,58
Lévulose	0,05	0,17	0,42	1,07
Glucose	0,13	0,88	0,73	1,13
Amidon	0	0	1,94	4,47
Total	0,21	1,14	3,32	8,25

La seule forme condensée de sucre que présentent les plantes en culture normale est le saccharose; dans les plantes auxquelles on a fourni du lévulose, le saccharose est accompagné d'amidon, aussi bien dans la feuille que dans le tubercule; nous avons obtenu des résultats entièrement comparables dans les cas où le Radis a été cultivé en présence de glucose ou de saccharose.

Peut-être l'augmentation de la teneur en lévulose dans les tubercules développés au contact de ce sucre (1,07 au lieu de 0,17) s'explique-t-elle par un retard dans sa transformation en saccharose et en amidon.

Le Scorsonère nous a présenté des faits absolument comparables; des akènes de cette plante ont été stérilisés par l'eau oxygénée, mis à germer sur du coton humide, puis la radicule a été introduite dans les mêmes milieux gélosés et sucrés; dans tous les cas nous avons obtenu le développement de racines pivotantes riches en inuline et la nature du sucre absorbé par la plante n'est pas intervenue pour modifier la réserve en question.

Considérons simplement dans cette Note le cas des cultures qui se sont développées en présence de glucose, c'est-à-dire du sucre le plus éloigné chimiquement de la lévulosane qu'est l'inuline; comparons le contingent glucidique des feuilles et des racines des plantes cultivées dans des conditions normales ou obtenues en cultures aseptiques sur milieu gélosé glucosé; pour ces dernières les feuilles étaient peu développées et les racines pivotantes épaisses; au bout de 7 mois le pivot atteignait une longueur d'environ 10^{cm}, la moitié supérieure renflée atteignait un diamètre de $0^{cm},7$. Les résultats des analyses des matériaux sucrés sont donnés par le tableau ci-contre, rapportés à 100 de matière fraîche.

Scorsonère.

Contingent glucidique.	Cultures normales. Feuilles.	Cultures normales. Racines.	Cultures sur glucose. Feuilles.	Cultures sur glucose. Racines.
Saccharose	0,40	1,05	0,42	0,81
Lévulose	0,52	0	0,25	0
Glucose	1,51	0,45	1,46	0,42
Inuline	0	8,40	0	4,56
Total	2,43	9,90	2,13	5,79

Dans aucun cas il n'a pu être décelé trace d'amidon; le Scorsonère élabore donc sa racine de l'inuline aussi bien à partir du glucose que du lévulose, comme le Radis effectue la formation de l'amidon à l'aide des mêmes sucres réducteurs.

Ajoutons enfin que les cultures de Radis et de Scorsonère effectuées en présence de l'inuline même nous ont donné des résultats entièrement de même ordre.

On sait d'autre part que l'inuline totale, telle que nous l'avons extraite, n'est pas constituée par une unique substance, mais qu'elle représente différentes lévulosanes (Tanret, Colin) ayant des pouvoirs rotatoires propres, et donnant à l'hydrolyse des quantités plus ou moins considérables de glucose; nous avons pu établir que les caractères des inulines totales fabriquées par le Scorsonère ne sont pas modifiés par la concentration en glucose du milieu nutritif.

Nos expériences ne font donc que confirmer les raisons invoquées par les auteurs antérieurs pour voir dans le phénomène d'assimilation une caractéristique de chacune des espèces; les végétaux autotrophes ne font pas exception aux lois de cette assimilation, reconnues depuis longtemps pour les plantes hétérotrophes et les animaux; on ne conçoit pas la possibilité d'une transformation chimique des réserves sans une modification profonde de la nature du protoplasme et, plus précisément, dans celles des diastases qu'il élabore.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Étude du cycle évolutif d'une maladie pneumonique obtenue chez le Lapin, par anaphylaxie locale, en partant de protéines endogènes modifiées.* Note [1] de MM. **Antonin Gosset, Richard Jahiel** et Mme **Simone Delaunay.**

Nos recherches ont eu pour but d'étudier le cycle complet d'un processus d'endo-anaphylaxie locale provoquée au niveau du poumon.

Nous nous sommes servis du propre sérum sanguin du lapin, légèrement hydrolysé.

Cette opération est effectuée à l'aide de l'acide sulfurique; la destruction des grosses molécules protéiques a donné naissance à un mélange de peptones et de polypeptides.

Dans une première série d'épreuves comportant six lapins, nous avons pratiqué, à travers la paroi thoracique, une injection unique de $0^{cm^3},5$ d'autosérum dans le lobe supérieur du poumon droit.

Ces animaux ont été respectivement sacrifiés soit immédiatement, soit 3 jours, 10 jours et 15 jours après l'injection intrapulmonaire. Nous avons pu ainsi nous rendre compte que cette injection produisait une réaction localisée discrète du parenchyme pulmonaire au lieu où elle avait été effectuée. Le cycle de cette maladie bénigne était toujours terminé au bout de quinze jours.

Une deuxième série de 6 lapins recevait, comme les précédents, la même injection *transthoracique* de leur propre sérum hydrolisé et, au bout de 30 jours, 60 jours ou 90 jours, une deuxième injection, cette fois *intraveineuse*, du même sérum hydrolysé.

Les lapins étaient sacrifiés, soit immédiatement après l'injection intraveineuse, soit à des époques variant entre 2 et 30 jours après celle-ci.

L'examen des poumons permettait alors de constater que des lésions très importantes, *en grande partie localisées au lieu de l'injection première intra-pulmonaire*, apparaissaient chez ces animaux, quelques noyaux pneumoniques peu marqués pouvant exister sur l'autre poumon. Ces lésions étaient considérables chez l'animal sacrifié immédiatement après l'injection intraveineuse. Leur importance diminuait lentement à mesure que l'on s'éloignait du moment de celle-ci. Dans le cours de cette évo-

(1) Séance du 9 janvier 1939.

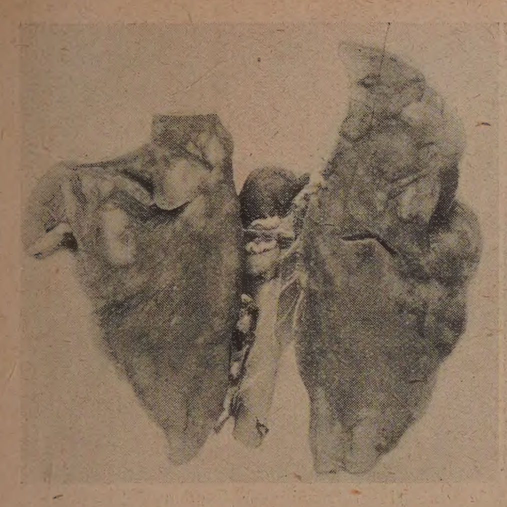


Fig. 1. — Lapin nº 5. Injection de 0,5 cm³ d'autosérum hydrolysé dans le poumon droit, le 15-12-38. Animal sacrifié immédiatement après, sans autre injection : petite lésion œdémateuse, en foyer, à l'endroit injecté.

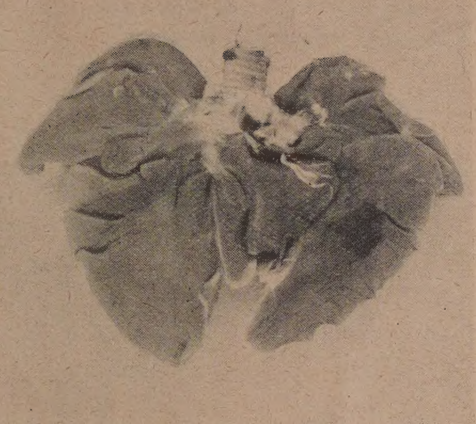


Fig. 2. — Lapin nº 33. Injection unique transthoracique de 0,5 cm³ d'autosérum hydrolysé, dans le poumon droit, le 10-6-38. Animal sacrifié *sans* injection intraveineuse le 20-6-38. Très discrète lésion, grosse comme une petite lentille, au niveau du poumon droit.

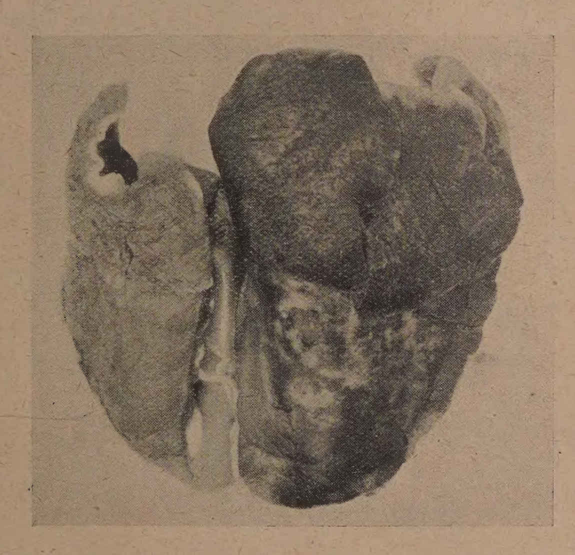


Fig. 3. — Lapin nº 2. Injection transthoracique de 0,5 cm³ d'autosérum hydrolysé dans le poumon droit, le 27-10-38. Deuxième injection intraveineuse du même autosérum hydrolysé (2 cm³) le 15-12-38. Animal sacrifié 10 minutes après l'injection : énorme réaction de tout le poumon droit. Le poumon gauche présente des lésions à peu près inexistantes.



Fig. 4. — Lapin n° 48. Première injection transthoracique dans le sommet du poumon droit de 0,5 cm³ d'autosérum hydrolysé le 29-3-38. Deuxième injection intraveineuse du même autosérum hydrolysé (2 cm³) le 11-5-38. Animal sacrifié le 13-5-38. Poumon droit : foyer étendu à tout le lobe supérieur. Léger truffage par ailleurs. Adhérences pleurales sur la moitié supérieure. Poumon gauche : très léger truffage.

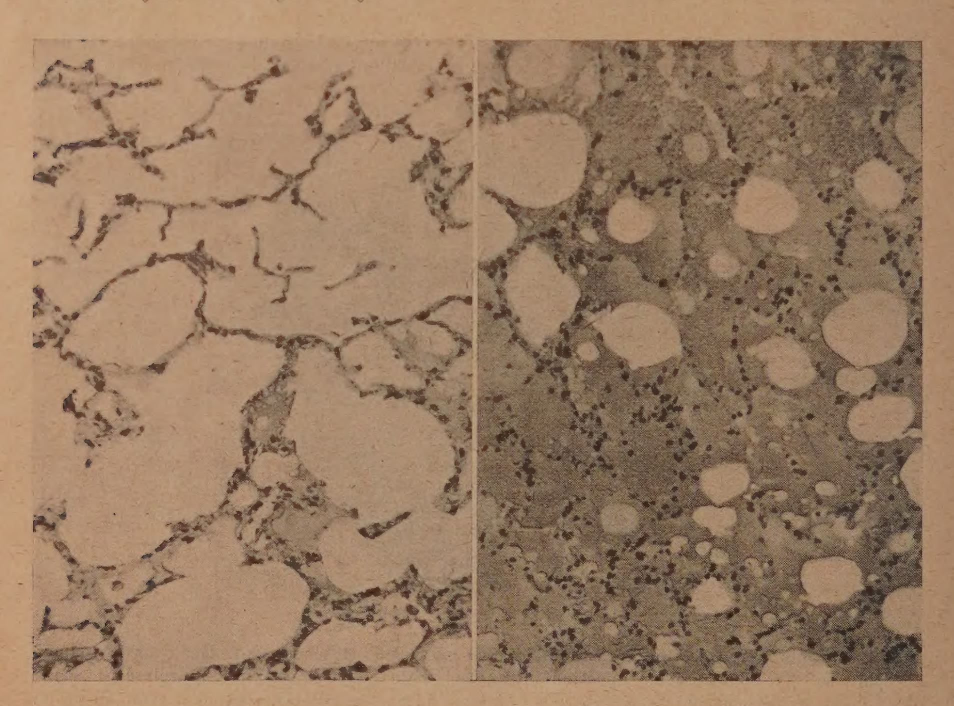


Fig. 5. — Lapin n° 48. Poumon gauche : poumon sensiblement normal. Traces d'exsudat œdémateux dans 2 ou 3 alvéoles.

Fig. 6. — Lapin n° 48. Poumon droit : alvéolite œdémateuse et hémorragique. Inondation presque massive du parenchyme pulmonaire.

(Examens histologiques et microphotographies du Dr Ivan Bertrand.)

lution, il n'était pas rare d'observer la production d'une pleurésie réactionnelle avec nombreuses adhérences accompagnant la lésion parenchymateuse.

Lorsque les animaux n'étaient point sacrifiés volontairement le cycle aboutissait à une guérison anatomique, celle-ci n'apparaissant jamais avant le 20e jour suivant l'injection intraveineuse seconde.

Les lésions viscérales que nous avons pu ainsi reproduire expérimentalement au niveau du poumon, ne se produisent point lorsque l'injection intraveineuse n'a pas été précédée d'une injection préparante intrapulmonaire.



Fig. 7. — Lapin n° 44. Injection transthoracique de 0,5 cm³ de *sérum physiologique* intrapulmonaire, le 17-6-38. Injection intraveineuse de 2 cm³ de sérum physiologique le 22-7-38. Animal sacrifié le 24-7-38 : poumons normaux.

Elles ne se produisent pas non plus lorsque l'on se contente d'une ponction blanche transthoracique ou que l'on emploie du sérum physiologique au moment de l'une ou des deux injections. L'identité du produit servant aux deux injections préparante et déchaînante est toujours nécessaire.

Les résultats obtenus pour le poumon ne paraissent pas dus à une réaction particulière à cet organe. D'autres systèmes réagissent de la même manière à une sensibilisation locale. L'un de nous a pu réaliser au niveau de l'œil, en partant de protéines étrangères (sérum de cheval, ovalbumine et sérum de bœuf), une maladie conjonctivale bien localisée et capable de reproduction.

M. **Walter S. Adams** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *George Ellery Hale*.

NOMINATIONS.

M. **Léon Guillet** est chargé de représenter l'Académie au *Cinquantenaire* de la fondation du *Lycée* J.-B. Dumas, à Alès, le 18 mars 1939.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Minéralogie en remplacement de M. *L. de Launay* décédé.

Le nombre des votants étant 57, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages.	
	1er tour.	2e tour.
M. Léon Bertrand	27	27
M. Emmanuel de Margerie	23	30
M. Albert Michel-Lévy	3	
M. Paul Fallot	1	
M. Paul Lemoine	1	
Bulletins blancs	2	

M. **Emmanuel de Margerie**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° D. Kashkarov, A. Jucov, K. Stanjukowitch. *The Cold Desert of central Tian-Shan. The Results of the Expedition of the Leningrad State University in summer of* 1934.

2° Fr. Pellegrin. *La Flore du Mayombe d'après les récoltes* de M. Georges Le Testu, 3e partie (1938) (présenté par M. A. Chevalier).

MM. **Joseph Bethenod**, **Joseph Bougault** et **Paul Lévy** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section des Académiciens libres.

Le **Secrétaire Exécutif** invite l'Académie à se faire représenter à la célébration du *Centenaire* de la Duke University, à Durham, North Carolina, du 21 au 23 avril 1939.

M. **René Wurmser** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Villemot*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les moments des probabilités hypergéométriques*. Note de M. **Carlos E. Dieulefait**, présentée par M. Émile Borel.

1. Nous allons résoudre ce problème déjà étudié par MM. K. Pearson (*Rev. Biometrika*, mai 1924) et V. Romanovsky (*Giorn. dell'Instituto Italiano degli Attuari*, 1935), en suivant une nouvelle méthode qui nous conduit à de nouvelles formules finales très maniables.

2. La probabilité hypergéométrique, étant

$$P_\nu = \frac{\binom{qn}{\nu}\binom{pn}{r-\nu}}{\binom{n}{r}}$$

avec ν variable de 0 à r, peut être écrite sous la forme

$$P_\nu = \frac{-1}{\binom{n}{r}4\pi^2}\int_\Gamma \frac{z^{pm}}{(z-1)^{r-\nu+1}}\,dz \int_G \frac{w^{qn}}{(w-1)^{\nu+1}}\,dw,$$

où Γ et G sont des contours fermés entourant les points 1.

La fonction caractéristique

$$\varphi(t) = \sum_\nu P_\nu e^{\nu t}$$

sera alors

$$\varphi(t) = \frac{1}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{np} \{ 1 + e^t (w - 1) \}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} \, dw,$$

si Γ et G étant des circonférences centrées au point 1, ont des rayons R et ρ tels que pour un t donné, soit

$$|e^t| < \frac{R}{\rho}.$$

En désignant par m_s les moments

$$m_s = \sum_v P_v v^s,$$

et comme

$$m_s = \varphi^{(s)}(0),$$

on a, en particulier,

$$m_1 = \frac{q^n}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{n-1}}{(w-1)^r} \, dw = rq$$

comme valeur moyenne.

La fonction caractéristique correspondant à la variable $v - rq$ sera alors

$$\Phi(t) = \frac{e^{-rqt}}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{np} \{ 1 + e^t (w - 1) \}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} \, dw,$$

et les moments

$$\mu_s = \sum_v P_v (v - rq)^s = \Phi^{(s)}(0).$$

Mais, comme

$$\Phi^{(s)}(t) = \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k} (-1)^{s-k} \frac{(rq)^{s-k}}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{np}}{(w-1)^{r+1}} \frac{d^k \{ 1 + e^t (w-1) \}^{nq}}{dt^k} \, dw,$$

on déduit que, si

$$\mu_s = P_{s-1}(\mu) + \frac{(nq)_s}{\binom{n}{r}} \binom{n-s}{r-s} \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots)$$

ou

$$(nq)_s = nq(nq-1)\ldots(nq-s+1)$$

et $P_{s-1}(\mu)$ étant un polynome en μ pris avec des subindices, où le plus grand est $s - 1$, on aura la loi suivante de formation

$$P_0(\mu) = -rq\mu_0, \qquad P_s(\mu) = \mu P_{s-1}(\mu) + (s - rq)[\mu_s - P_{s-1}(\mu)],$$

où la multiplication $\mu P_{s-1}(\mu)$ faite au sens symbolique, conduit à augmenter d'une unité les subindices des μ du polynome $P_{s-1}(\mu)$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la division d'un segment par des points choisis au hasard.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

Désignons par $X_0, X_1, \ldots, X_n$ les longueurs des $n+1$ intervalles qui sont séparés par n points $x_1, x_2, \ldots, x_n$ choisis au hasard sur le segment $(0, 1)$, la répartition de la probabilité étant uniforme; par Y_n le plus petit des X_ν; par Z_n le plus grand; par T_n un polyèdre régulier, à $n+1$ sommets, de hauteur unité, dans l'espace à n dimensions; par A le point intérieur à T_n, dont les distances aux $n+1$ faces sont $X_0, X_1, \ldots, X_n$. *Cette définition de A équivaut au choix d'un point au hasard dans* T_n, *avec une répartition uniforme de la probabilité.*

On en déduit, pour chacune des variables $X_\nu = X$,

$$(1) \qquad \Pr\{nX > x\} = \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n \qquad (0 < x < n),$$

de sorte qu'asymptotiquement, pour n infini, nX dépend de la loi L_1 dont la fonction de répartition est $1 - e^{-x}$ $(x > 0)$; de même, S étant la somme de p des X_ν, nS dépend à la limite de la loi L_p (notation de notre Note du 27 décembre 1938).

L'inégalité $(n+1)Y_n > h$ $(0 < h < 1)$ exprime que A est intérieur à un polyèdre T'_n, homothétique à T_n, intérieur à T_n, de hauteur $1-h$. On en déduit que $(n+1)Y_n$ dépend de la même loi que X; asymptotiquement, la loi dont dépend $n^2 Y_n$ tend vers la loi L_1 [1].

Plaçons-nous maintenant au point de vue de la loi forte des grands nombres, la suite des x_ν étant supposée indéfiniment prolongée : 1° la probabilité que l'inégalité $n^2 Y_n > c \log\log n$ soit réalisée une infinité de fois est zéro si $c > 1$ et un si $c < 1$; 2° si $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ sont des nombres positifs décroissants, la probabilité que $Y_n < a_n$ soit réalisé une infinité de fois est zéro si la série $\Sigma n a_n$ est convergente et un si cette série est divergente. Ce dernier résultat peut être étendu à l'espace à p dimensions; une suite de points M_ν étant choisis, dans un volume fini ou infini de cet espace, suivant une loi de probabilité admettant une densité de probabilité bornée supérieurement, et Y_n désignant la plus petite des distances

---

(1) Ce résultat est à rapprocher du suivant : si $(0, 1)$ est divisé en p intervalles égaux, la probabilité qu'après n expériences aucun de ces intervalles ne contienne deux points est asymptotiquement $\alpha = e^{-n^2/2p}$; la probabilité de $pY_n > 1$ est alors α^2.

entre deux des points $M_1, M_2, \ldots, M_n$, ce résultat subsiste en remplaçant seulement $\Sigma n a_n$ par $\Sigma n a''_n$.

L'inégalité $Z_n < h[1/(n+1) < h < 1]$ exprime que A est intérieur à un polyèdre T''_n inversement homothétique de T_n. L'évaluation du volume commun à T_n et T''_n oblige à considérer n cas distincts; la loi dont dépend Z_n n'est donc pas simple; nous obtiendrons tout de même autrement une expression asymptotique simple.

2. Remplaçons l'opération du choix d'un point x, dans le segment $(0, 1)$ par la suivante : pour chaque élément dx du segment $(0, L)(L > 1)$, un tirage au sort nous apprendra s'il contient un *point choisi*, ou non, la probabilité de la première circonstance étant dx. Après n opérations analogues, on aura choisi N' points, et $\mathfrak{M}\{N'\} = nL$. La probabilité qu'un élément dx contienne un point choisi et soit suivi d'un intervalle de longueur l qui n'en contienne aucun, si $0 < x < L - l$, est $\theta\, dx$, en posant

$$(2) \qquad \theta = n e^{-nl}, \qquad \text{d'où} \quad nl = \log n - \log \theta.$$

Si $l < L - 1$, la probabilité qu'il n'existe aucun intervalle vide de longueur $\geq l$ ayant son origine dans le segment $(0, 1)$ est alors

$$(3) \qquad \Pr\{Z'_n < l\} = \Pr\{nZ'_n < \log n - \log\theta\} = e^{-\theta} \quad [2],$$

Z'_n désignant le plus grand des intervalles vides ayant leur origine sur le segment $(0, 1)$.

Or, pour n infini, si $\log\theta$ est fini ou du moins ne croît pas trop vite, l tend vers zéro. On peut alors confondre les intervalles $(x, x+l)$ pour lesquels $0 < x < 1$ avec ceux intérieurs à $(0, 1)$, et ne s'occuper que des points choisis intérieurs à $(0, 1)$; soit N leur nombre; $N - n$ est, au sens de Bernoulli, $O(\sqrt{n})$; en rajoutant $n - N$ nouveaux points, ou en en supprimant $N - n$, on a très peu de chances de modifier le plus grand des intervalles distingués, qui est $o(1/\sqrt{n})$; cela revient à dire qu'on peut assimiler Z'_n et Z_n. La formule (3) s'applique donc asymptotiquement à Z_n.

Au point de vue de la loi forte des grands nombres : 1° la probabilité d'une infinité de réalisations de $nZ_n < \log n - \log\log\log n - c$ est zéro

[2] Cette formule a déjà été indiquée par M. E. Gumbel [*Le Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 8, 1937, n° 8, formule (36)]. Mais la possibilité d'assimiler asymptotiquement Z_n et Z'_n semble n'avoir pas encore été indiquée. Mentionnons d'autre part que M. Émile Borel, quand nous lui avons communiqué nos résultats, nous a dit être depuis longtemps persuadé de la légitimité de cette assimilation.

si $c > 0$ et un si $c \leqq 0$; la probabilité d'une infinité de réalisations de $nZ_n > \log n + c \log\log n$ est zéro si $c > 1$ et un si $c \leqq 1$.

Remarques. — 1° Pour que $\Pr\{pZ_n < 1\}$ tende vers $e^{-\theta}$ (p et n augmentant indéfiniment), il faut et il suffit que n/p soit infiniment peu différent de $\log n/\theta$; si $\theta = e$, cette condition est réalisée en prenant pour n le $p^{\text{ième}}$ nombre premier. Si, d'autre part, on divise l'intervalle $(0, 1)$ en p intervalles égaux, et si l'on choisit n points au hasard entre 0 et 1, pour que la probabilité qu'aucun de ces intervalles ne soit vide tende vers $e^{-\theta}$, il faut et il suffit que n/p soit infiniment peu différent de $\log p/\theta$.

2° Dans le processus stochastique homogène lié à une loi stable d'exposant caractéristique $\alpha < 2$, le nombre probable des points d'un intervalle $(0, T)$ pour lesquels $|X(t+0) - X(t-0)| > u$ est $n = kTu^{-\alpha}$. Les résultats ci-dessus s'appliquent à la répartition de ces points, tant au point de vue de Bernoulli qu'à celui de la loi forte des grands nombres (si u tend vers zéro).

STATISTIQUE. — *Les valeurs de position d'une variable aléatoire.* Note de M. **Emil J. Gumbel**, présentée par M. Émile Borel.

Pour une distribution théorique on définit comme médiane x_0 et comme quartils x_1, x_2 les valeurs ayant les probabilités $\lambda = 1/2$; $1/4$; $3/4$. Pour savoir comment on doit choisir, d'après la courbe en échelle, les grandeurs correspondantes appelées centrale et quartals d'une répartition portant sur un petit nombre d'observations n, nous définissons d'abord les numéros m de positions correspondantes.

On prend comme centrale la valeur telle qu'il y ait le même nombre d'observations à gauche qu'à droite, et comme premier (ou second) quartal les centrales des observations situées à gauche (ou à droite) de la centrale. Les trois quartals sont donc respectivement les $(n+1):4^{\text{ièmes}}$, $(n+1):2^{\text{ièmes}}$ et $(3n+3):4^{\text{ièmes}}$ valeurs d'en bas. D'une façon analogue, nous attribuons à la *valeur de position* de la variable correspondant à une probabilité λ quelconque la $m^{\text{ième}}$ valeur d'en bas observée, de sorte que

$$m - 1 = n\lambda - (1 - \lambda); \qquad n - m = n(1 - \lambda) - \lambda. \tag{1}$$

La $m^{\text{ième}}$ valeur est donc la $n\lambda + \lambda^{\text{ième}}$ valeur d'en bas. Cette attribution ne résout pas encore le problème. Car les $m^{\text{ièmes}}$ valeurs sont des variables statistiques dont il s'agit de choisir une moyenne. Choisissons la dominante.

La distribution [1]

(2) $$_{m}\mathfrak{w}(x, n) = \binom{n}{m} W_{(x)}^{m-1}(1 - W_{(x)})^{n-m} w(x)$$

de la $m^{\text{ième}}$ valeur d'en bas d'une distribution initiale $w(x)$ ayant la probabilité $W(x)$ d'une valeur inférieure à x possède une dominante, dont la valeur s'obtient d'après

(3) $$\frac{w}{W}(m - 1 + W - nW) = -\frac{w'}{w}(1 - W).$$

En remplaçant m par λ d'après (1), on trouve la relation entre λ et W. Pour de grandes valeurs de n et m, et pour des $m^{\text{ièmes}}$ valeurs proches de la dominante, on obtient la solution évidente $W = \lambda$. Pour de petites valeurs de n, on établit une correction qui dépendra de la distribution initiale $w(x)$ et de n. Puisque

(4) $$\frac{W(1 - W)}{w^2} = ({}_{m}s^2 n),$$

valeur indépendante de n, où ${}_{m}s$ est, pour de grandes valeurs de n, l'écart type de la $m^{\text{ième}}$ valeur [2], on obtient des solutions de (3) de la forme

(5) $$nW = n\lambda + \frac{n}{n+1}\Delta; \qquad \Delta = 2W - 1 + w'({}_{m}s^2 n),$$

ou, ce qui est quelquefois plus pratique,

(5′) $$nW = n\lambda + \frac{n}{n-1}c; \qquad c = 2\lambda - 1 + w'({}_{m}s^2 n),$$

formules dont on détermine la dominante de la $m^{\text{ième}}$ valeur correspondant à la probabilité λ donnée. Pour une distribution donnée $w(x)$ soumise à n observations, on doit encore éliminer w'. En remplaçant enfin la probabilité W par la fréquence observée $'W$, on peut déterminer, à l'aide de cette courbe en échelle, la $m^{\text{ième}}$ valeur observée ${}_{m}'x$ et corrigée correspondant à la probabilité λ suivant

(6) $$n'W({}_{m}'x) = n\lambda + \frac{n}{n-1}c(\lambda),$$

où la correction $c(\lambda)$ dépend de la distribution choisie $w(x)$. Pour la

---

[1] *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 4, II, Paris, 1935, p. 115.

[2] H. Eyraud, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 819.

distribution exponentielle asymétrique, par exemple, on obtient

$$n' W({}_m'x) = n\lambda - (1 - \lambda). \tag{6'}$$

Pour une distribution symétrique on n'obtient aucune correction pour la centrale, et les mêmes corrections, mais de signes différents, pour les $m^{\text{ièmes}}$ valeurs d'en haut et d'en bas.

On peut utiliser ces valeurs de position pour le calcul des constantes. Pour une distribution $w(x, h_1, h_2, \ldots, h_k)$ à k constantes on établit, d'après (6), les $m^{\text{ièmes}}$ valeurs ${}_m'x$ corrigées en nombre k. Alors les k équations

$$W({}_m'x, h_1, h_2, \ldots, h_k) = \lambda, \tag{7}$$

qui contiennent k valeurs observées ${}_m'x$ et les probabilités λ connues, permettent souvent de déterminer les k constantes h_i d'une façon simple. Cette détermination évite les calculs numériques que demande la méthode des moments. En outre la méthode des valeurs de positions ne donne pas l'aspect d'une précision, en réalité inexistante, pour des observations incertaines.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation des congruences à angle des plans focaux constants.* Note de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Appelons, comme nous l'avons fait antérieurement [1], $T(O, \alpha)$ la transformation qui remplace une congruence rectiligne quelconque C par C_α, obtenue en faisant tourner chaque rayon D de C, autour de sa parallèle issue du point fixe O, d'un angle déterminé α, dans un sens déterminé.

Soient S la somme des distances algébriques des foyers de D à la projection orthogonale de O sur D, π le paramètre moyen relatif à D, $2d$ et 2δ les distances respectives des points limites et des foyers portés par D, ω l'angle des plans focaux issus de D.

On sait qu'on a les relations

$$\pi = 2d\cos\omega = 2\delta\,\mathrm{cotg}\,\omega, \qquad \sin\omega = \frac{\delta}{d}. \tag{1}$$

Si l'on affecte d'accents les éléments relatifs au rayon D_α de C_α trans-

---

(1) Paul Vincensini, *Recueil de la Soc. math. de Moscou*, 40, 1933, p. 467.

formé de D par $T(O, \alpha)$, on établit sans peine que

$$S' = S\cos\alpha + \pi\sin\alpha, \qquad d' = d. \tag{2}$$

En portant dans (2) la première expression (1) de π, on peut mettre S' sous la forme

$$S' = S\cos\alpha + 2\,d\cos\omega\sin\alpha. \tag{3}$$

2. Bornons-nous maintenant à la considération des congruences C à angle ω des plans focaux constant [que pour simplifier nous appellerons *congruences* (ω)], et appliquons à l'une de ces congruences une transformation $T(O, \pi/2)$.

Pour la congruence transformée, on aura, d'après (3) et (2),

$$\frac{S'}{2\,d'} = \cos\omega. \tag{4}$$

Si K est la projection de O sur un rayon quelconque de la congruence transformée, et si L, L′ sont les points limites de ce rayon, on vérifie sans peine que (4) peut s'écrire $\overline{KL}/\overline{KL'} = -\tang^2\omega$; d'où ce résultat, généralisant la propriété connue des congruences normales, suivant laquelle leurs transformées par une $T(O, \pi/2)$ sont des congruences à enveloppée moyenne point :

Les transformées par $T(O, \pi/2)$ *des congruences* (ω) *à angle des plans focaux constant, sont les congruences telles que les projections du point fixe* O *sur les différents rayons partagent les segments limites dans un rapport constant.*

3. Les congruences normales (d'Appell) admettant pour enveloppée moyenne un point fixe O, conservent leur double propriété au cours d'une $T(O, \alpha)$ arbitraire. Nous allons généraliser ces congruences, en cherchant les congruences (ω) restant telles au cours de transformations $T(O, \alpha)$.

Le calcul de l'angle ω' sous lequel se coupent les plans focaux relatifs au rayon transformé d'un rayon quelconque d'une congruence (ω) donne

$$\cos\omega' = \cos\omega\cos\alpha - \frac{S}{\delta}\sin\omega\sin\alpha, \tag{5}$$

et l'on voit que, pour que ω' soit constant pour les ∞^1 transformées relatives aux différentes valeurs de α (variable en général d'une congruence à l'autre), il faut et il suffit que $(S/2\delta) =$ const. Cette condition exprime que

les projections de O sur les différents rayons de la congruence (ω) de départ partagent les *segments focaux* en rapport constant. Ainsi :

Les congruences (ω) *restant telles au cours d'un cycle continu de transformation* $T(O, \alpha)$, *sont celles pour lesquelles il existe un point fixe* O *dont les projections sur les différents rayons partagent les segments focaux dans un rapport constant* k.

Au cours des ∞^1 transformations $T(O, \alpha)$, les deux propriétés $\omega =$ const., $k =$ const. sont conservées.

Les cycles de congruences en transformation $T(O, \alpha)$ qui viennent d'être mis en évidence jouissent de nombreuses propriétés géométriques intéressantes, que nous étudierons dans un travail spécial.

Signalons seulement ici que les congruences d'Appell sont les seules congruences (ω) pour lesquelles (ω) non seulement reste constant au cours du cycle $T(O, \alpha)$, mais garde la même valeur pour toutes les congruences transformées.

GÉOMÉTRIE ET TOPOLOGIE. — *Sur les congruences paratactiques et les parallélismes dans les espaces projectifs.* Note de M. C. **Ehresmann**, présentée par M. Élie Cartan.

Soient P_n l'espace projectif réel à n dimensions, H_n l'espace projectif complexe à n dimensions complexes engendré par P_n et désignons par x, $\overline{x}$ deux points imaginaires conjugués de H_n, c'est-à-dire homologues dans l'anti-involution admettant P_n comme lieu de ses points invariants. Pour qu'il existe dans P_n un champ de directions sans singularités, il faut et il suffit que n soit impair. Dans ce cas, il existe même des congruences de droites contenant une droite et une seule passant par un point arbitraire; une telle congruence forme un *système de fibres* rectilignes pour P_n. Par exemple, prenons dans H_{2p+1} deux variétés planes imaginaires conjuguées H_p et $\overline{H}_p$ sans points communs. Par tout point réel de P_{2p-1} passe une droite et une seule rencontrant H_p et $\overline{H}_p$; l'ensemble de ces droites, qui sont réelles, s'appelle une congruence paratactique et forme un système de fibres rectilignes pour P_{2p+1}. La variété des fibres est homéomorphe à H_p; mais on remarque que P_{2p+1} n'est pas le produit de H_p par une droite. L'ensemble des H_p sans points réels forme deux variétés connexes disjointes. H_p et $\overline{H}_p$ sont de même espèce (appartiennent à la même variété

connexe) ou d'espèce différente suivant que p est impair ou pair. Il y a donc deux espèces de congruences paratactiques *orientées*. Si p est pair, deux congruences paratactiques orientées contiennent au moins une droite orientée commune ou un couple de droites orientées opposées suivant qu'elles sont de même espèce ou d'espèce différente. Si p est impair, en général deux congruences paratactiques n'ont pas de droite non orientée commune quand elles sont de même espèce, et ont au moins une droite orientée commune et un couple de droites orientées opposées quand elles sont d'espèce différente.

Dans H_{4k-1} considérons deux variétés H_{2k-1} et $\overline{H}_{2k-1}$ sans points communs. H_{2k-1} admet un système de fibres formé par des droites projectives complexes : par exemple une anticongruence linéaire $\mathcal{F}_k$, c'est-à-dire le système des droites invariantes par une anti-involution $\mathcal{J}$ sans point double. Soit Δ une droite de $\mathcal{F}_k$. La variété plane à trois dimensions contenant $\Delta, \overline{\Delta}$ est une variété réelle II. *L'ensemble des variétés* II *forme un système de fibres planes à trois dimensions pour* P_{4k-1}. La topologie de la variété des fibres, c'est-à-dire de $\mathcal{F}_k$, s'étudie simplement. Considérons dans H_{2k-1} des droites Δ_1, Δ_2, ..., Δ_i appartenant à $\mathcal{F}_k$ telles que H_{2k-1} soit la plus petite variété plane qui les contienne toutes. Soit $\mathcal{F}_i$ la variété des droites de $\mathcal{F}_k$ qui appartiennent à la plus petite variété plane contenant Δ_1, Δ_2, ..., Δ_i. Dans $\mathcal{F}_k$ tout cycle est homologue à 0 ou à un multiple du cycle défini par $\mathcal{F}_i$. Tout cycle dont la dimension est comprise entre $4(i-1)$ et $4i$ est déformable en un cycle situé sur $\mathcal{F}_i$. Le polynome de Poincaré de $\mathcal{F}_k$ est $t^{4(k-1)}+t^{4(k-2)}+\ldots+t^4+1$. En particulier $\mathcal{F}_2$ est homéomorphe à la sphère S_4 à quatre dimensions. On remarque que P_{4k-1} n'est pas le produit topologique de $\mathcal{F}_k$ par l'espace projectif réel à trois dimensions. La sphère S_{4k-1} admettra un système de fibres sphériques à trois dimensions, la variété des fibres étant encore $\mathcal{F}_k$. On constate que H_{2k-1} a le même anneau d'homologie que le produit topologique de $\mathcal{F}_k$ par la sphère S_2, et il serait intéressant de savoir si H_{2k-1} est homéomorphe à ce produit topologique.

Considérons dans H_{4k-1} une quadrique non dégénérée Q_{4k-2} sans points réels et invariante par l'anti-involution $x \rightarrow \overline{x}$. Supposons que H_{2k-1} et $\overline{H}_{2k-1}$ soient deux génératrices de Q_{4k-2}. Soit x un point arbitraire de H_{2k-1}. Le plan tangent à Q_{4k-2} en $\overline{x}$ coupe H_{2k-1} suivant une variété plane $\overline{X}_{2k-2}$ ne contenant pas x. La correspondance $x \rightarrow \overline{X}_{2k-2}$ est une antipolarité elliptique $\mathfrak{T}$ dans H_{2k-1}. On peut trouver une anti-involution $\mathcal{J}$ définie dans H_{2k-1} et telle que le point x' correspondant à x

appartienne à $\overline{X}_{2k-2}$. Les droites $x\overline{x'}$ forment alors une famille Φ de génératrices de Q_{4k-2}. Par un point arbitraire y de $x\overline{x'}$ passe une génératrice bien déterminée H^{y}_{2k-1} de Q_{4k-2} rencontrant toutes les droites de Φ. Quatre génératrices H^{y}_{2k-1} déterminent sur toutes ces droites le même rapport anharmonique. Soit λ le rapport anharmonique correspondant à trois génératrices fixes et une génératrice variable et désignons celle-ci par H^{λ}_{2k-1}. Soient Δ la droite xx' et Π la variété plane à trois dimensions contenant Δ et $\overline{\Delta}$. Les variétés Π forment dans P_{4k-1} un système de fibres planes; toute génératrice H^{λ}_{2k-1} rencontre Π suivant une droite Δ_{λ}. La famille de génératrices H^{λ}_{2k-1} détermine dans P_{4k-1} une famille $\mathfrak{S}$ de congruences paratactiques sans droites communes. Les droites de ces congruences sont les droites réelles des fibres Π. Pour les droites appartenant à une même fibre Π, la famille $\mathfrak{S}$ détermine un parallélisme de Clifford. *La famille $\mathfrak{S}$ définit un parallélisme pour l'ensemble des droites appartenant à l'ensemble des fibres* Π. Toute congruence paratactique admet au moins une droite commune avec une congruence de la famille $\mathfrak{S}$.

Considérons en particulier P_7 et H_7. L'antipolarité $\mathfrak{T}$ fait correspondre à la droite Δ une droite Δ'. Les génératrices à trois dimensions de Q_6 qui passent par Δ_{λ} sont les variétés planes déterminées par Δ_{λ} et $\Delta'_{\lambda'}$ où λ' est quelconque. Établissons entre λ et λ' une anti-involution de première espèce qui soit échangeable avec l'anti-involution de deuxième espèce $\lambda \rightarrow \lambda_1$ définie par $\overline{H^{\lambda}_3} = H^{\lambda_1}_3$. La famille $\mathfrak{G}$ des génératrices contenant Δ_{λ} et $\Delta'_{\lambda'}$ forme alors dans Q_6 un système de fibres planes à trois dimensions complexes. La famille $\mathfrak{G}$ définit dans P_7 une famille de congruences paratactiques telle que toute droite de P_7 appartient à une de ces congruences et une seule; en d'autres termes $\mathfrak{G}$ *définit un parallélisme* [1] *pour les droites de* P_7. La variété des fibres du système $\mathfrak{G}$ est homéomorphe à la sphère S_6. On remarque encore que Q_6 a le même anneau d'homologie que le produit topologique de H_3 par S_6.

Ce qui précède pose le problème général de l'existence de systèmes de fibres planes dans les espaces projectifs réels ou complexes, problème lié à celui de l'existence de parallélismes.

---

[1] La découverte de parallélismes dans P_7 est due à M. E. Cartan.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorème sur l'équation de Riccati.* Note (¹) de M. **Dragoslav S. Mitrinovitch.**

Relativement à l'équation de Riccati

$$\frac{dy}{dx} + y^2 = \Phi(x), \tag{1}$$

on peut énoncer le théorème suivant : *Toutes les fois que l'équation* (1) *est intégrable, il en est de même de l'équation*

$$\frac{dy_1}{dx} + y_1^2 = \Phi_1(x), \tag{2}$$

avec (les accents marquant des dérivées par rapport à x)

$$\Phi_1(x) = \Phi + \frac{Q'' - \Phi'}{Q} + \frac{3}{4}[\log(\Phi - Q' - Q^2)]'^2$$
$$- \frac{\Phi - Q'}{Q}[\log(\Phi - Q' - Q^2)]' - \frac{1}{2}\frac{(\Phi - Q' - Q^2)''}{\Phi - Q' - Q^2},$$

$Q(x)$ *étant une fonction arbitraire de* x ; *la solution générale de* (2) *sera*

$$y_1 = \frac{\Phi - Q' - Q''}{Q}\,\frac{y}{y - Q} + \frac{Q' - \Phi}{Q} - \frac{1}{2}\frac{(\Phi - Q' - Q^2)'}{\Phi - Q' - Q^2}, \tag{3}$$

où y *désigne la solution générale de* (1).

Du théorème précédent on peut tirer diverses conséquences, parmi lesquelles nous allons indiquer les deux suivantes :

I. Si l'on pose ($\omega \neq 0$ est une fonction de x)

$$\frac{dQ}{dx} + Q^2 = \Phi(x) - \omega(x), \tag{4}$$

le théorème indiqué s'énonce comme suit : *Si l'équation* (1) *est intégrable, il en sera de même de l'équation*

$$\frac{dy_1}{dx} + y_1^2 = \Phi - 2Q' + \frac{3}{4}\left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 + Q\frac{\omega'}{\omega} - \frac{1}{2}\frac{\omega''}{\omega},$$

$Q(x)$ *étant une solution quelconque de* (4).

(¹) Séance du 9 janvier 1939.

Le dernier théorème comprend, comme cas particulier, le théorème curieux de Darboux [1] : *Si l'on sait intégrer l'équation linéaire*

$$\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]y,$$

pour toutes les valeurs de h, on en déduira une suite illimitée d'équations pareilles, également intégrables.

Pour le faire voir il faut, dans notre théorème, poser

$$\Phi(x) = \varphi(x) + h, \qquad \omega(x) = h - h_1$$

(h et h_1, $h \neq h_1$ sont des constantes) et effectuer quelques substitutions.

II. L'équation (1) est transformable en elle-même [au sens d'Appell [2]] à l'aide de changement de fonction (3), si l'on admet

$$\frac{Q'' - \Phi'}{Q} + \frac{3}{4}[\log(\Phi - Q' - Q^2)]'^2 + \frac{\Phi - Q'}{Q}[\log(\Phi - Q' - Q^2)]' - \frac{1}{2}\frac{(\Phi - Q' - Q^2)''}{\Phi - Q' - Q^2} = 0.$$

L'intégration de cette équation fournit

$$\Phi(x) = Q' + Q^2 + \frac{K_1 e^{-4\int Q\,dx}}{\left(K_2 - \int e^{-2\int Q\,dx}\,dx\right)^2} \qquad (K_{1,2} = \text{const.}).$$

L'équation (1), *où* Φ *est défini par la dernière formule, est intégrable.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une remarque sur les espaces de M. Besikowitch.* Note de M. **Joseph Marcinkiewicz**, présentée par M. Paul Montel.

On appelle l'espace B_p l'espace de fonctions $f(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$ dans lequel la distance $|f - g|$ est définie par la formule

$$|f - g| = \limsup_{T \to \infty} \left\{\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} |f - g|^p\,dx\right\}^{\frac{1}{p}}.$$

---

(1) *Comptes rendus*, **94**, 1882, p. 1456; *Théorie générale des surfaces*, **2**, 1915, p. 210.

(2) *Acta mathematica*, **15**, 1891, p. 283.

Le but de cette Note est de démontrer le

Théorème. — *Les espaces* B_p $(p \geqq 1)$ *sont complets.*

En effet, soit $\{f_n(x)\}$ une suite de fonctions de l'espace B_p telles que

$$\lim_{m, n \to \infty} |f_m - f_n| = 0. \tag{1}$$

Il est facile de choisir une sous-suite $\{f_{n_i}\}$ de manière que l'on ait

$$|f_{n_i} - f_{n_{i+1}}| \leqq 2^{-(i+1)}; \tag{2}$$

pour toute fonction $f(x)$, posons

$$\delta_\lambda(f) = \underset{\lambda \leqq T < \infty}{\text{borne sup.}} \left(\frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |f|^p \, dx \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Choisissons la suite λ_i de manière que l'on ait

$$\lambda_{i+1} > 2\lambda_i, \tag{3}$$

$$\delta_{\lambda_i}(f_{n_i} - f_{n_{i+1}}) \leqq 2^{-i}. \tag{4}$$

La suite $\{\lambda_i\}$ choisie, posons

$$f(x) = \begin{cases} f_{n_i}(x) & \text{pour } \lambda_i \leqq |x| < \lambda_{i+1} \quad (i = 1, 2, \ldots), \\ 0 & \text{pour } |x| < \lambda_1. \end{cases}$$

Nous allons démontrer que

$$|f(x) - f_{n_i}(x)| \to 0. \tag{5}$$

En effet, soit

$$\lambda_k \leqq T < \lambda_{k+1}.$$

On a

$$\begin{aligned} \int_{-T}^{T} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p \, dx = & \sum_{\nu=1}^{i} \int_{D_\nu} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p \, dx \\ & + \sum_{\nu=i+1}^{k-1} \int_{D_\nu} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p \, dx \\ & + \int_{\lambda_k \leqq |x| < T} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p \, dx \\ & + \int_{|x| \leqq \lambda_1} |f_{n_i}(x)|^p \, dx = A + B + C + D, \end{aligned} \tag{6}$$

où le domaine D_ν est défini par les inégalités $\lambda_\nu \leqq |x| < \lambda_{\nu+1}$. Or on a,

pour $\nu < i$,

$$\left\{ \int_{D_\nu} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$= \left\{ \int_{D_\nu} |f_{n_\nu} - f_{n_i}|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} \leqq \sum_{\omega=\nu}^{i-1} \left\{ \int_{D_\nu} |f_{n_\omega} - f_{n_{\omega+1}}|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$\leqq \lambda_{\nu+1}^{\frac{1}{p}} \Sigma 2^{-\omega} = 2\lambda_{\nu+1}^{\frac{1}{p}}.$$

Il en résulte

$$(7) \qquad \int_{D_\nu} |f_{n_\nu}(x) - f_{n_i}(x)|^p dx \leqq 2^p \lambda_{\nu+1}, \qquad A \leqq 2^p(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_i) = 2^{p+1} \lambda_i.$$

D'autre part, pour $\nu > i$, on trouve

$$\left\{ \int_{D_\nu} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$= \left\{ \int_{D_\nu} |f_{n_i} - f_{n_\nu}|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} \leqq \sum_{\omega=i}^{\nu-1} \left\{ \int_{D_\nu} |f_\omega - f_{\omega+1}|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} \leqq 2^{i-+1} \lambda_{\nu+1}^{\frac{1}{p}}$$

ou bien

$$\int_{D_\nu} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p dx \leqq 2^{-(i-1)p} \lambda_{\nu+1}.$$

Il en résulte

$$(8) \qquad B \leqq 2^{-i+1}(\lambda_i + \lambda_{i+1} + \ldots + \lambda_k) = 2^{-i+2} T.$$

On démontre enfin d'une manière analogue l'inégalité

$$(9) \qquad C \leqq 2^{-i+2} T.$$

Les formules (7), (8) et (9) donnent

$$\left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |f(x) - f_{n_i}(x)|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} \leqq \left[\frac{2^{p+1} \lambda_i}{T} + 2^{-i+3} + \frac{\text{const.}}{T} \right].$$

On en tire

$$|f - f_{n_i}| \leqq 2^{-i+3}.$$

Soit $n_i \leqq \nu < n_{i+1}$. On a

$$|f_\nu - f| \leqq |f_\nu - f_{n_i}| + |f_{n_i} - f| \leqq 2^{-i} + 2^{-i+3},$$

ce qui démontre notre théorème.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions holomorphes dans le cercle unité.* Note [1] de M. CHI-TAI CHUANG, présentée par M. Paul Montel.

Je me propose de donner quelques applications des théorèmes que j'ai donnés dans ma Note [2] précédente.

1. D'une proposition énoncée dans cette Note découle le théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Si* $Z = f(z) = \sum_{n=0} c_n z^n$ *est une fonction holomorphe dans le cercle* $|z| < 1$, *et si, correspondant à toute couronne* (Γ) *dans le plan* Z, *de centre origine et d'épaisseur supérieure à un nombre positif donné* M, *il existe un nombre* $\omega(\Gamma)$ *tel que la fonction inverse de* $f(z)$, *restreinte au cercle* $|z| < 1$, *ne possède que* $k - 1$ *branches au plus, holomorphes dans* (Γ) *fendue suivant* $\arg Z = \omega(\Gamma)$, $f(z)$ *est majorée par*

$$\mu_k\left(M + \sum_{l=0}^{k-1} |c_l|\right)\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha k^2} z^n\right),$$

où μ_k *est un nombre positif ne dépendant que de* k *et* α *est une constante positive numérique.*

Il en résulte le

THÉORÈME II. — *Une fonction* $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ *holomorphe et q-valente dans le cercle* $|z| < 1$, *est majorée par*

$$\nu_q\left(\sum_{l=0}^{q} |c_l|\right)\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\beta q^2} z^n\right),$$

où ν_q *est un nombre positif ne dépendant que de* q *et* β *est une constante positive numérique.*

2. Considérons une fonction holomorphe $F(z)$ dans le cercle $|z| < 1$, ne prenant pas les valeurs 0 et 1. En posant $F(z) = e^{f(z)}$, et en appliquant le théorème I à la fonction $f(z)$, on a cet énoncé :

THÉORÈME III. — *Si* $F(z)$ *est une fonction holomorphe dans le cercle* $|z| < 1$

---

(1) Séance du 9 janvier 1939.

(2) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 76.

et ne prenant pas les valeurs o *et* 1, $\log F(z)$ *étant une branche quelconque du logarithme de* $F(z)$, *est majorée par*

$$\rho[1 + |\log F(0)|]\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\gamma} z^{n}\right),$$

où ρ *et* γ *sont des constantes positives numériques.*

L'application d'un théorème de la Note citée et de la méthode directe de M. Valiron, fournit des énoncés sur un problème proposé par M. Montel (³), et sur un problème considéré par M. Valiron (⁴). On a, par exemple, les énoncés suivants :

Théorème IV. — *Soit* $F(z)$ *une fonction holomorphe dans* $|z| < 1$ *ne prenant pas la valeur zéro et dont la dérivée d'ordre* ν, $F^{(\nu)}(z)$ $(\nu \geqq 1)$, *ne prend pas la valeur un.* $\log F(z)$ *étant une branche quelconque du logarithme de* $F(z)$, *est majorée par*

$$\rho_{\nu}[1 + |\log F(0)|]\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\gamma'\nu^{2}} z^{n}\right),$$

où ρ_{ν} *est un nombre positif ne dépendant que de* ν *et* γ' *est une constante positive numérique.*

Théorème V. — *Soit* $F(z)$ *une fonction holomorphe dans* $|z| < 1$ *ne prenant pas la valeur zéro et dont la dérivée d'ordre* ν, $F^{(\nu)}(z)$ $(\nu \geqq 1)$ *est bornée en module par un nombre positif donné* L, *aux points, situés dans* $|z| < 1$, *où* $F(z)$ *prend la valeur un.* $\log F(z)|$ *étant une branche quelconque du logarithme de* $F(z)$, *est majorée par*

$$\varpi_{\nu}\left(1 + L^{\frac{1}{\nu}} + |\log F(0)|\right)\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} n^{\tau\nu^{2}} z^{n}\right),$$

où ϖ_{ν} *est un nombre positif ne dépendant que de* ν *et* τ *est une constante positive numérique.*

(³) *L'Enseignement math.*, 33, 1934, p. 11.

(⁴) *Actualités scientifiques et industrielles*, 570, 1937, p. 44-47; *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 890-892.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur quelques généralisations relativistes des équations fondamentales de Mécanique analytique.* Note de M. **Bernard Kwal**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'objet de cette Note est 1° d'apporter quelques modifications à une Note récente [1], parue sous le même titre; 2° d'établir les équations canoniques du champ du photon, du champ du mésoton et du champ électromagnétique.

I. *a*. Nous partons du principe variationnel

$$(1, 1) \qquad \delta \iiiint \mathcal{L}_\alpha\left(q^\alpha, \frac{\partial q^\varepsilon}{\partial x^\varepsilon}, x^\varepsilon\right) d\mathrm{W}^{\beta\gamma\delta\lambda} = 0.$$

En posant

$$(1, 2) \qquad p_\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}_\alpha}{\partial\left(\dfrac{\partial q^\varepsilon}{\partial x^\varepsilon}\right)} \quad \text{et} \quad \mathrm{H}_\alpha = -\mathcal{L}_\alpha + \left(\frac{\partial q^\varepsilon}{\partial x^\varepsilon}\right) p_\alpha,$$

les équations canoniques et les équations de Jacobi prennent la forme

$$(1, 3) \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_\alpha}{\partial p_\beta} = \left(\frac{\partial q^\varepsilon}{\partial x^\varepsilon}\right) \Delta^\beta_\alpha, \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_\alpha}{\partial q^\beta} = -\frac{\partial p_\alpha}{\partial x^\beta},$$

$$(1, 4) \qquad \mathrm{H}_\alpha = -\frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial x^\beta}, \qquad p_\alpha \Delta^\beta_\gamma = \frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial q^\gamma}, \qquad b_\alpha \Delta^\beta_\gamma = \frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial x^\gamma}.$$

b. Considérons le principe variationnel

$$(2, 1) \qquad \delta \iiiint \mathcal{L}_\alpha\left(q_\alpha, \frac{\partial q_\alpha}{\partial x_\beta}, x^\beta\right) d\mathrm{W}^{\gamma\delta\lambda\varepsilon} = 0.$$

En posant

$$(2, 2) \qquad p^{\beta\gamma}_\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}_\alpha}{\partial\left(\dfrac{\partial q_\beta}{\partial x^\gamma}\right)} \quad \text{et} \quad \mathrm{H}_\alpha = -\mathcal{L}_\alpha + \frac{\partial q_\beta}{\partial x^\gamma} p^{\beta\gamma}_\alpha,$$

on obtient

$$(2, 3) \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_\alpha}{\partial p^{\beta\gamma}_\delta} = \frac{\partial q_\beta}{\partial x^\gamma} \Delta^\delta_\alpha, \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_\alpha}{\partial q_\beta} = -\frac{\partial p^{\beta\gamma}_\alpha}{\partial x^\gamma},$$

$$(2, 4) \qquad \mathrm{H}_\alpha = -\frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial x^\beta}, \qquad p^{\beta\gamma}_\alpha = \frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial q_\gamma}, \qquad b^{\beta\gamma}_\alpha = \frac{\partial \mathrm{F}^\beta_\alpha}{\partial a_\gamma}.$$

II. Nous allons considérer maintenant le principe variationnel dont le

---

[1] *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1028.

lagrangien $\mathcal{L}$ est une fonction scalaire des champs q_α et $q'_{\alpha\beta\gamma}$ (tenseur complètement antisymétrique) ainsi que de leurs divergences et rotationnels

$$(3,1)\quad \delta\iiiint \mathcal{L}\left(q_\alpha, \frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q_\delta}{\partial x^\delta}; q'_{\alpha\beta\gamma}, \frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\frac{\partial q'_{\delta\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}+\frac{\partial q'_{\gamma\delta\alpha}}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q'_{\beta\gamma\delta}}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\gamma}, x^\varepsilon\right) dW^{\lambda\mu\nu\omega}=0.$$

En posant

$$(3,2)\quad \left\{\begin{aligned} & p_{\alpha\beta}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\frac{1}{2}\left(\frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}\right)}, \quad p=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\frac{\partial q_\delta}{\partial x^\delta}\right)}, \quad p'_{\alpha\beta\gamma\delta}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\frac{1}{4}\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\ldots\right)}, \quad p'_{\alpha\beta}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\gamma}\right)}; \\ & H=-\mathcal{L}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}\right)p_{\alpha\beta}+\frac{\partial q_\delta}{\partial x^\delta}p+\frac{1}{4}\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\ldots\right)p'_{\alpha\beta\gamma\delta}+\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\gamma}p'_{\alpha\beta}; \end{aligned}\right.$$

nous obtenons

$$(3,3)\quad \left\{\begin{aligned} & \frac{\partial H}{\partial p_{\alpha\beta}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}\right), \quad \frac{\partial H}{\partial p}=\frac{\partial q_\delta}{\partial x^\delta}, \quad \frac{\partial H}{\partial q_\alpha}=-\frac{\partial p_{\alpha\beta}}{\partial x^\beta}-\frac{\partial p}{\partial x^\alpha}, \quad \frac{\partial H}{\partial p'_{\alpha\beta}}=\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\gamma}, \\ & \frac{\partial H}{\partial p'_{\alpha\beta\gamma\delta}}=\frac{1}{4}\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\frac{\partial q'_{\delta\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}+\frac{\partial q'_{\gamma\delta\alpha}}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q'_{\beta\gamma\delta}}{\partial x^\alpha}\right), \quad \frac{\partial H}{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}=-\frac{1}{3}\left(\frac{\partial p'_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}+\frac{\partial p'_{\gamma\alpha}}{\partial x^\beta}+\frac{\partial p'_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha}\right)-\frac{\partial p'_{\alpha\beta\gamma\delta}}{\partial x^\delta}; \end{aligned}\right.$$

$$(3,4)\quad \left\{\begin{aligned} & H=-\frac{\partial V_\alpha}{\partial x^\alpha}(q_\alpha, q'_{\alpha\beta\gamma}, a_\alpha, a'_{\alpha\beta\gamma}), \quad p_{\alpha\beta}=\frac{\partial V_\alpha}{\partial q_\beta}=-\frac{\partial V_\beta}{\partial q_\alpha}; \quad p=\frac{\partial V_1}{\partial q_1}=\frac{\partial V_2}{\partial q_2}=\ldots, \\ & p'_{\alpha\beta\gamma\delta}=\frac{\partial V_\alpha}{\partial q'_{\beta\gamma\delta}}=-\frac{\partial V_\beta}{\partial q'_{\gamma\delta\alpha}}=\ldots, \quad p'_{\alpha\beta}=\frac{\partial V_1}{\partial q'_{\alpha\beta 1}}=\frac{\partial V_2}{\partial q'_{\alpha\beta 2}}=\ldots, \end{aligned}\right.$$

et les équations analogues pour $b_{\alpha\beta}$, b, $b'_{\alpha\beta\gamma\delta}$ et $b'_{\alpha\beta}$.

Considérons un lagrangien de la forme

$$(3,5)\quad \begin{aligned} L= & A q_\alpha q^\alpha + B\left(\frac{\partial q^\delta}{\partial x^\delta}\right)\left(\frac{\partial q^\delta}{\partial x^\delta}\right)+C\left(\frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}\right)\left(\frac{\partial q_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q_\beta}{\partial x^\alpha}\right) \\ & + D q'_{\alpha\beta\gamma} q'^{\alpha\beta\gamma} + E\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\gamma}\right)\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\varepsilon}}{\partial x^\varepsilon}\right) \\ & + F\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\frac{\partial q'_{\delta\alpha\beta}}{\partial x^\gamma}+\frac{\partial q'_{\gamma\delta\alpha}}{\partial x^\beta}-\frac{\partial q'_{\beta\gamma\delta}}{\partial x^\alpha}\right)\left(\frac{\partial q'_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x^\delta}-\ldots\right). \end{aligned}$$

En posant

$$A=\frac{K^2}{2}, \quad B=0, \quad C=\frac{1}{4}, \quad D=\frac{K^2}{2}, \quad E=0 \quad \text{et} \quad F=\frac{1}{8},$$

le lagrangien obtenu est celui qui donne les équations du photon de M. L. de Broglie [2] et les équations (3,3) correspondantes peuvent être

---

(2) q_α définit alors les grandeurs maxwelliennes et $q'_{\alpha\beta\gamma}$ les grandeurs non maxwelliennes. Cf. L. de Broglie, Cours professé à la Sorbonne, 1937-1938.

considérées comme les équations canoniques du champ du photon. Par un procédé analogue on obtient les équations canoniques du champ du mésoton et du champ électromagnétique de Maxwell.

GÉODÉSIE. — *Mesures de l'intensité de la pesanteur en France pendant l'année* 1938. Note (1) de M. **Raoul Goudey**, présentée par M. Georges Perrier.

Le tableau suivant donne les valeurs de l'intensité de la pesanteur en 59 stations françaises : la plupart sont situées en Bretagne et complètent le réseau entrepris par le R. P. Lejay.

Les mesures ont été effectuées au moyen des trois gravimètres Holweck-Lejay, nos 52, 518*bis* et 651.

Ce tableau est conforme aux prescriptions de l'Association internationale de Géodésie. Les altitudes sont exactes à mieux que 5^m près, sauf celles qui, indiquées en italiques, proviennent d'un nivellement barométrique unique.

Les valeurs de g publiées ici sont rapportées aux stations de référence :

	Paris.	Besançon.	Toulouse.
g..........	980,943	980,750	980,437

ces deux dernières valeurs ont été déterminées, cette année, avec l'appareil de Mioni.

La correction de Bouguer a été calculée avec la densité uniforme de 2,7; la correction topographique n'a pas été effectuée.

(1) Séance du 9 janvier 1939.

Stations.	Lat.	Long. Greenwich.	Alt.	Date.	g.	g_0.	g''_0.	Formule de Helmert (1901). γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	Formule Internationale (1930). γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Emplacement.
	° ′	° ′	m	1938	g	g	g	g	mg	mg	g	mg	mg	
Saint-Brieuc.......	48.30,8	2.45,9 W	75	5 sept.	980,950	980,973	980,964	980,933	+40	+31	980,946	+27	+18	Cathédrale.
Tréguier...........	48.47,2	3.13,9 W	33	6 »	980,989	980,999	980,995	980,958	+41	+37	980,970	+29	+25	Cathédrale.
Lannion...........	48.44,0	3.27,7 W	17	7 »	980,961	980,966	980,964	980,953	+13	+11	980,966	0	— 2	Église Saint-Jean du Baly.
Guingamp.........	48.33,7	3. 9,3 W	81	7 »	980,937	980,962	980,953	980,938	+24	+15	980,950	+12	+ 3	Église.
Keramanac'h.......	48.33,8	3.29,8 W	170	8 »	980,905	980,958	980,939	980,938	+20	+ 1	980,950	+ 8	—11	Chapelle.
Morlaix...........	48.34,8	3.45,6 W	13	8 »	980,957	980,961	980,959	980,939	+22	+20	980,952	+ 9	+ 7	Église (viaduc).
Saint-Pol-de-Léon..	48.41,2	3.59,3 W	42	9 »	980,956	980,969	980,964	980,949	+20	+15	980,961	+ 8	+ 3	Cathédrale.
Le Folgoet.........	48.33,8	4.20,1 W	84	9 »	980,944	980,970	980,960	980,938	+32	+22	980,950	+20	+10	Église.
Daoulas...........	48.21,8	4.16,0 W	30	10 »	980,957	980,966	980,963	980,920	+46	+43	980,932	+34	+31	Église.
Pleyben...........	48.13,7	3.58,3 W	128	11 »	980,923	980,963	980,948	980,908	+55	+40	980,920	+43	+28	Église.
Quimper..........	47.59,8	4. 6,2 W	7	12 »	980,902	980,904	980,903	980,887	+17	+16	980,900	+ 4	+ 3	Cathédrale.
Ploaré............	48. 5,2	4.19,3 W	81	12 »	980,909	980,934	980,925	980,895	+39	+30	980,908	+26	+17	Église.
Penmarc'h.........	47.49,4	4.20,5 W	10	13 »	980,879	980,882	980,881	980,871	+11	+10	980,884	— 2	— 3	Église.
Quimperlé.........	47.52,5	3.32,6 W	7	14 »	980,878	980,880	980,879	980,876	+ 4	+ 3	980,889	— 9	—10	Église Sainte-Croix.
Gourin............	48. 8,4	3.36,7 W	158	14 »	980,895	980,944	980,926	980,900	+44	+26	980,912	+32	+14	Église.
Huelgoat..........	48.21,8	3.41,7 W	175	15 »	980,908	980,962	980,942	980,920	+42	+22	980,932	+ 30	+10	Église.
Carhaix...........	48.16,7	3.34,7 W	140	15 »	980,912	980,955	980,939	980,912	+43	+27	980,925	+30	+14	Église.
Callac............	48.24,4	3.25,9 W	172	16 »	980,913	980,966	980,947	980,924	+42	+23	980,936	+30	+11	Église.
Corlay............	48.19,0	3. 3,6 W	186	16 »	980,904	980,961	980,940	980,915	+46	+25	980,928	+33	+12	Église.
Lignol............	48. 2,4	3.16,4 W	133	17 »	980,859	980,900	980,885	980,891	+ 9	— 6	980,903	— 3	—18	Église.
Pontivy...........	48. 3,8	2.58,2 W	58	18 »	980,894	980,912	980,905	980,893	+19	+12	980,906	+ 6	— 1	Église Saint-Joseph.
Locminé...........	47.53,4	2.50,1 W	34	19 »	980,870	980,881	980,877	980,877	+ 4	0	980,890	— 9	—13	Chapelle Notre-Dame.
Vannes............	47.39,7	2.45,9 W	19	20 »	980,865	980,871	980,869	980,857	+14	+12	980,869	+ 2	0	Collège Jules-Simon.
Serent............	47.49,4	2.30,6 W	72	20 »	980,857	980,879	980,871	980,871	+ 8	0	980,884	— 5	—13	Église.
Josselin..........	47.57,4	2.32,8 W	56	21 »	980,878	980,895	980,889	980,883	+12	+ 6	980,896	— 1	— 7	Église.
Plélan-le-Grand....	48. 0,4	2. 6,2 W	137	22 »	980,878	980,920	980,904	980,888	+32	+16	980,900	+20	+ 4	Église.
Rennes............	48. 6,7	1.41,1 W	35	23 »	980,913	980,924	980,920	980,897	+27	+23	980,910	+14	+10	Cathédrale.
Janzé.............	47.57,8	1.29,7 W	84	24 »	980,893	980,919	980,909	980,884	+35	+25	980,897	+ 22	+12	Église.
Messac............	47.49,7	1.48,3 W	28	25 »	980,882	980,891	980,888	980,872	+19	+16	980,884	+ 7	+ 4	Église.
Redon.............	47.39,1	2. 5,2 W	14	26 »	980,845	980,849	980,847	980,856	— 7	— 9	980,868	—19	—21	Église.
Candé.............	47.33,6	1. 2,6 W	50	28 »	980,850	980,865	980,859	980,847	+18	+12	980,860	+ 5	— 1	Église.
Châteaurenault....	47.35,5	1.54,7 E	96	29 »	980,828	980,858	980,847	980,850	+ 8	— 3	980,863	— 5	—16	Église.

Stations.	Lat.	Long. Greenwich.	Alt.	Date.	g.	g_0.	g''_0.	Formule de Helmert (1901). γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	Formule internationale (1930). γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.	Emplacement.
	° ′	° ′	m	1938	g	g	g	g	mg	mg	g	mg	mg	
Aubenas..........	44.36,9	4.23,2 E	307	20 juill.	980,503	980,598	980,563	980,581	+17	—18	980,595	+ 3	—32	Église.
Les Vans..........	44.24,2	3. 8,0 E	170	20 »	980,516	980,569	980,550	980,562	+ 7	—12	980,576	— 7	—26	Église.
Grisolles..........	43.49,6	1.17,6 E	112	30 »	980,478	980,513	980,500	980,510	— 3	—10	980,524	—11	—24	Église.
Limogne..........	44.23,8	1.46,2 E	305	1er août	980,497	980,591	980,556	980,561	+30	— 5	980,575	+16	—19	Église.
Saint-Céré..........	44.51,6	1.42,1 E	151	2 »	980,560	980,607	980,590	980,603	+ 4	—13	980,617	—10	—27	Église.
Souillac..........	44.53,7	1.28,6 E	95	» »	980,581	980,610	980,599	980,606	+ 4	— 7	980,620	—10	—21	Église.
Le Bugue..........	44.55,3	0.55,5 E	59	3 »	980,590	980,608	980,601	980,609	— 1	— 8	980,622	—14	—21	Église.
Verteillac..........	45.21,0	0.21,9 E	131	4 »	980,620	980,661	980,646	980,648	+13	— 2	980,661	0	—15	Église.
Nontron..........	45.31,8	0.40,1 E	215	4 »	980,612	980,678	980,654	980,664	+14	—10	980,677	+ 1	—23	Église.
Lussac-les-Châteaux.	46.24,3	0.43,5 E	109	6 »	980,720	980,754	880,742	980,743	+11	— 1	980,756	— 2	—14	Église.
Mirebeau-en-Poitou.	46.47,2	0.10,8 E	152	7 »	980,755	980,802	980,785	980,778	+24	+ 7	980,791	+11	— 6	Église.
Saumur..........	47.15,6	0. 4,4 W	37	8 »	980,800	980,812	980,808	980,820	— 8	—12	980,833	—21	—25	Église Saint-Pierre.
Vieil-Baugé..........	47.32,0	0. 7,1 W	58	8 »	980,837	980,855	980,848	980,845	+10	+ 3	980,858	— 3	—10	Église.
Laval..........	48. 3,7	0.45,9 W	49	9 »	980,892	980,907	980,901	980,893	+14	+ 8	980,905	+ 2	— 4	Notre-Dame d'Avesnières.
Rennes..........	48. 6,6	1.40,3 W	27	10 août et 22 sept.	980,911	980,919	980,916	980,897	+22	+19	980,910	+ 9	+ 6	Université.
Dinard..........	48.37,6	2. 3,5 W	29	11 et 27 août	980,947	980,956	980,953	980,943	+13	+10	980,956	0	— 3	Église.
Dinan..........	48.27,4	2. 2,8 W	83	11 août	980,914	980,940	980,931	980,928	+12	+ 3	980,941	— 1	—10	Église Saint-Malo.
Tinteniac..........	48.19,6	1.50,1 W	54	12 »	980,928	980,945	980,939	980,916	+29	+23	980,929	+16	+10	Église.
Bazouges..........	48.25,6	1.34,8 W	107	12 »	980,917	980,950	980,938	980,925	+25	+13	980,938	+12	0	Église.
Dol..........	48.33,2	1.45,5 W	16	13 »	980,953	980,958	980,956	980,937	+21	+19	980,950	+ 8	+ 6	Cathédrale.
Saint-James..........	48.31,5	1.19,2 W	106	30 »	980,927	980,960	980,948	980,934	+26	+14	980,947	+13	+ 1	Église.
Fougères..........	48.21,1	1.12,4 W	136	31 »	980,902	980,944	980,929	980,919	+25	+10	980,931	+13	— 2	Église Saint-Léonard.
Vitré..........	48. 7,4	1.12,4 W	102	1er et 24 sept.	980,887	980,919	980,907	980,898	+21	+ 9	980,911	+ 8	— 4	Église.
La Guerche..........	47.56,6	1.13,7 W	76	2 sept.	980,894	980,917	980,908	980,882	+35	+26	980,895	+22	+13	Église.
Merdrignac..........	48.11,7	2.24,9 W	151	3 »	980,902	980,949	980,932	980,905	+44	+27	980,917	+32	+15	Église.
Loudéac..........	48.10,6	2.45,2 W	162	3 »	980,894	980,944	980,926	980,903	+41	+23	980,916	+28	+10	Église.
Moncontour..........	48.21,7	2.37,9 W	136	4 »	980,897	980,939	980,924	980,920	+19	+ 4	980,932	+ 7	— 8	Église.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les équations électromagnétiques de la théorie du photon.* Note [1] de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans la théorie de M. Louis de Broglie [2], le photon est représenté par un système de 16 fonctions d'ondes Φ_{ik} $(i, k = 1, 2, 3, 4)$ satisfaisant simultanément aux deux systèmes d'équations aux dérivées partielles suivants [équations (I) et (II) de M. Louis de Broglie], où nous avons écrit ∂_t pour $1/c\, \partial/\partial_t$, ∂_p pour $\partial/\partial x_p$,

$$(1) \qquad \partial_t \Phi_{ik} = [\Sigma_p \partial_p (\alpha_p)_{il} \delta_{km} + \varkappa \mu_0 c (\alpha_4)_{il} \delta_{km}] \Phi_{lm},$$

$$(2) \qquad \partial_t \Phi_{ik} = [\Sigma_p \partial_p (\alpha_p)^*_{km} \partial_{il} - \varkappa \mu_0 c (\alpha_4)^*_{km} \delta_{il}] \Phi_{lm}.$$

Les 16 fonctions Φ_{ik} peuvent être considérées comme les éléments d'une matrice carrée du quatrième rang. Or on sait que toute matrice carrée du quatrième rang peut se développer sur un système complet de 16 matrices hermitiques γ^μ $(\mu = 1, 2, \ldots, 16)$, dérivé d'un système de quatre matrices hermitiques α^p, α^4 $(p = 1, 2, 3)$ telles que $\alpha^i \alpha^j + \alpha^j \alpha^i = 2\,\delta_{ij}$. La matrice des solutions des équations (1) et (2) pourra donc se développer suivant

$$(3) \quad \Phi_{ik} = \sum_{\lambda}^{16} {}_{\mu} (\gamma^\mu)_{ik} \Phi^\mu = \delta_{ik} \Phi^0 + \Sigma_p (\alpha^p)_{ik} \Phi^p + (\alpha^4)_{ik} \Phi^4 + \Sigma_p (i \alpha^p \alpha^4)_{ik} \Phi^{p4}$$
$$+ \Sigma_{pq} (i \alpha^p \alpha^q)_{ik} \Phi^{pq} + \Sigma_{pq} (i \alpha^p \alpha^q \alpha^4)_{ik} \Phi^{pq4} + (i \alpha^p \alpha^q \alpha^r)_{ik} \Phi^{pqr} + (\alpha^1 \alpha^2 \alpha^3 \alpha^4)_{ik} \Phi^{1234}.$$

La conservation de Φ_{ik} par permutation de deux α montre que la permutation de deux indices consécutifs dans un des Φ^{pq}, Φ^{p4}, Φ^{pq4}, Φ^{pqr} ou Φ^{1234} change le signe de ce coefficient.

Réciproquement, nous tirons Φ^μ en multipliant (3) par $(\gamma^\mu)_{ki}$ et en prenant la trace de l'expression obtenue d'où

$$4 \Phi^\mu = \Sigma_k (\gamma^\mu)_{ki} \Phi_{ik}.$$

Si nous reportons l'expression (3) de Φ_{ik} dans les équations (1) et (2), nous obtenons

$$(1') \qquad \Sigma_\mu \partial_t (\gamma^\mu)_{ik} \Phi^\mu = \Sigma_\mu [\Sigma_p \partial_p (\alpha^p \gamma^\mu)_{ik} + \varkappa \mu_0 c (\alpha^4 \gamma^\mu)_{ik}] \Phi^\mu,$$

$$(2') \qquad \Sigma_\mu \partial_t (\gamma^\mu)_{ik} \Phi^\mu = \Sigma_\mu [\Sigma_p \partial_p (\gamma^\mu \alpha^p)_{ik} - \varkappa \mu_0 c (\gamma^\mu \alpha^4)_{ik}] \Phi^\mu.$$

---

(1) Séance du 9 janvier 1939.

(2) *Nouvelles Recherches sur la lumière*, Paris, 1936.

Le système (2′) diffère du système (1′) par la permutation des γ^{μ} et des α et par le signe du terme en μ_0.

Nous obtiendrons un système de relations entre Φ^{μ} équivalent aux systèmes (1′) et (2′) en multipliant successivement ces relations par les 16 matrices $(\gamma^{\mu})_{ki}$ et en prenant les traces des équations obtenues.

Les relations obtenues à partir du système (2′) se déduisent simplement de celles obtenues à partir du système (1′) en remarquant que le terme en ∂_p sera inchangé si γ^{μ} commute avec α^p, changé de signe s'il anticommute et le contraire pour le terme en μ_0.

On obtient ainsi les deux systèmes que nous écrivons simultanément, le premier signe étant celui du système déduit de (1′), le second celui du système déduit de (2′) :

$$\partial_t \Phi^0 = \Sigma_p \partial_p \Phi^p \pm \varkappa \mu_0 c \Phi^4, \qquad \partial_t \Phi^p = \partial_p \Phi^0 \mp i \partial_q \Phi^{pq} \pm i \partial_r \Phi^{rp} - i \varkappa \mu_0 c \Phi^{p4},$$

$$\partial' \Phi^4 = \pm \Sigma_p i \partial_p \Phi^{p4} \pm \varkappa \mu_0 c \Phi^0, \qquad \partial_t \Phi^{qr} = \partial_p \Phi^{pqr} \mp i \partial_q \Phi^r \pm i \partial_r \Phi^q \pm \varkappa \mu_0 c \Phi^{qr4},$$

$$\partial_t \Phi^{p4} = \mp i \partial_p \Phi^4 + \partial_q \Phi^{pq4} - \partial_r \Phi^{pr4} + \varkappa \mu_0 c\, i \Phi^p,$$

$$\partial_t \Phi^{pqr} = \partial_p \Phi^{qr} + \partial_q \Phi^{rp} + \partial_r \Phi^{pq} + \varkappa \mu_0 c i \Phi^{1234},$$

$$\partial_t \Phi^{pq4} = \partial_p \Phi^{q4} - \partial_q \Phi^{p4} \mp i \partial_r \Phi^{1234} \pm \varkappa \mu_0 c \Phi^{pq},$$

$$\partial_t \Phi^{1234} = \pm i \partial_p \Phi^{qr4} \pm i \partial_q \Phi^{rp4} \pm i \partial_r \Phi^{qp4} - \varkappa \mu_0 c i \Phi^{pqr}.$$

Par addition et soustraction ces 32 équations donnent 16 équations de type *non électromagnétique* et 15 équations électromagnétiques que nous écrivons seulement

$$\partial_t \Phi^0 = \Sigma_p \partial_p \Phi^p, \qquad \partial_t \Phi^p - \partial_p \Phi^0 = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^{p4}, \qquad \Sigma_p \partial_p \Phi^{p4} + \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^0 = 0,$$

$$\partial_q \Phi^r - \partial_r \Phi^q = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^{qr4}, \qquad \partial_t \Phi^{p4} = \partial_q \Phi^{qp4} - \partial_r \Phi^{pr4} - \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^p,$$

$$\partial_t \Phi^{pq4} = \partial_p \Phi^{q4} - \partial_q \Phi^{p4}, \qquad \partial_p \Phi^{qr4} + \partial_q \Phi^{rp4} + \partial_r \Phi^{pq4} = 0.$$

Si nous posons maintenant

$$\Phi^0 = \lambda V, \qquad \Phi^p = -\lambda A^p, \qquad \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^{p4} = \lambda E^p, \qquad \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Phi^{pq4} = \lambda H^r,$$

$$\Phi^{pq} = \sigma^r, \qquad \Phi^{pqr} = \sigma^0, \qquad \Phi^4 = I^1, \qquad \Phi^{1234} = I^2,$$

nous obtenons les systèmes maxwellien et non maxwellien de M. L. de Broglie

$$\partial_t V + \operatorname{div} \vec{A} = 0, \qquad E^p = -\partial_t A^p - \partial_p A^0, \qquad H^p = \partial_q A^r - \partial_r A^q,$$

$$\partial_t E^p = \partial_q H^r - \partial_r H^q + \frac{4\pi^2}{h^2} \mu_0^2 c^2 A^p, \qquad -\partial_t H^r = \partial_p E^q - \partial_q E^p,$$

$$\operatorname{div} \vec{E} + \frac{4\pi^2}{h^2} \mu_0^2 c^2 A^0 = 0, \qquad \operatorname{div} \vec{H} = 0;$$

et

$$\mu_0 c I^1 = 0, \qquad \partial_t I^1 = 0, \qquad \partial_p I^1 = 0, \qquad \partial_q \sigma^r - \partial_r \sigma^q = 0,$$

$$\partial_t \sigma^p = \partial_p \sigma^0, \qquad \partial_t \sigma^0 = \operatorname{div} \vec{\sigma} - \frac{2\pi}{h} \mu_0 c I^2,$$

$$\partial_r I^2 = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \sigma^r, \qquad \partial_t I^2 = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \sigma^0.$$

Réciproquement, posant $K = 1/4\lambda$, V, $\vec{A}$, $\vec{E}$ et $\vec{H}$ s'expriment en Φ_{ik} par

$$V = K \Sigma_k \delta_{ki} \Phi_{ik}, \qquad A^p = - K \Sigma_k (\alpha^p)_{ki} \Phi_{ik},$$

$$E^p = K \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Sigma_k (i \alpha^p \alpha^4)_{ki} \Phi_{ik}, \qquad H^p = - K \frac{2\pi}{h} \mu_0 c \Sigma_k (i \alpha^q \alpha^r \alpha^4)_{ki} \Phi_{ik}.$$

CHANGEMENTS D'ÉTAT. — *Détermination, sous pression de* 1 *à* 11000 kg/cm², *d'un isotherme du tétrahydrure de naphtaline passant de l'état liquide à l'état solide.* Note (¹) de M. **James Basset**, présentée par M. Charles Fabry.

Le réseau des isothermes de la phase liquide-vapeur a été établi pour un grand nombre de corps. Il n'en est pas de même des isothermes de la phase liquide-solide sous pression dont l'établissement soulève de grandes difficultés expérimentales par suite des très hautes pressions qu'il est nécessaire d'atteindre pour obtenir le changement d'état liquide-solide et de la précision des mesures à exécuter sous pression pour déceler nettement les paliers de changement d'état.

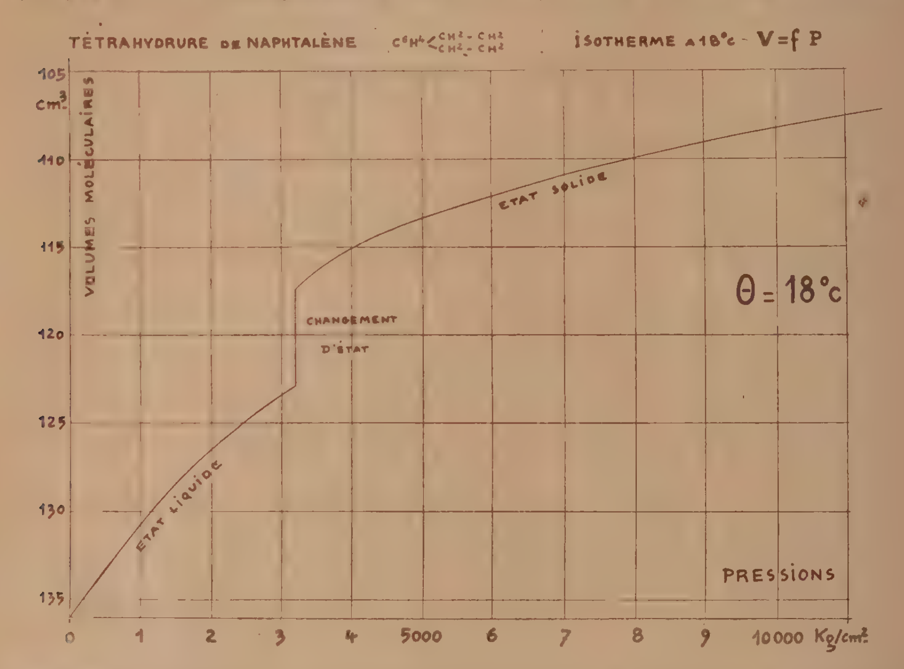
L'appareillage pour la recherche aux ultra-pressions déjà décrit (²), complété par un manomètre permettant la mesure très précise des pressions nous a permis de rechercher un liquide permettant de déterminer aisément, au voisinage de la température ambiante, un réseau d'isothermes solide-liquide sous pression. Nous avons choisi le tétrahydrure de naphtaline, qui présente avec une grande netteté, et d'une façon bien réversible, le phénomène étudié, et qui permet de déterminer avec précision le palier de solidification.

Le graphique ci-après représente l'isotherme à 18° du changement d'état liquide à l'état solide de ce corps lorsque la pression varie depuis la pression atmosphérique jusqu'à 11000 kg/cm².

(¹) Séance du 9 janvier 1939.

(²) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 928, et **185**, 1927, p. 344.

Le palier de solidification montre une contraction de 4,47 pour 100, le volume d'une molécule passant, à la pression de 3200 kg/cm², de 122,9 cm³ à 117,4 cm³; ce changement d'état correspondant à une augmentation



d'énergie interne de 0,412 Cal-kg par molécule de tétraline, soit 3,13 Cal-kg par kilogramme de matière.

Nous nous proposons d'établir un réseau complet des isothermes de ce genre et de déterminer la pression et la température critique du système solide-liquide de ce corps.

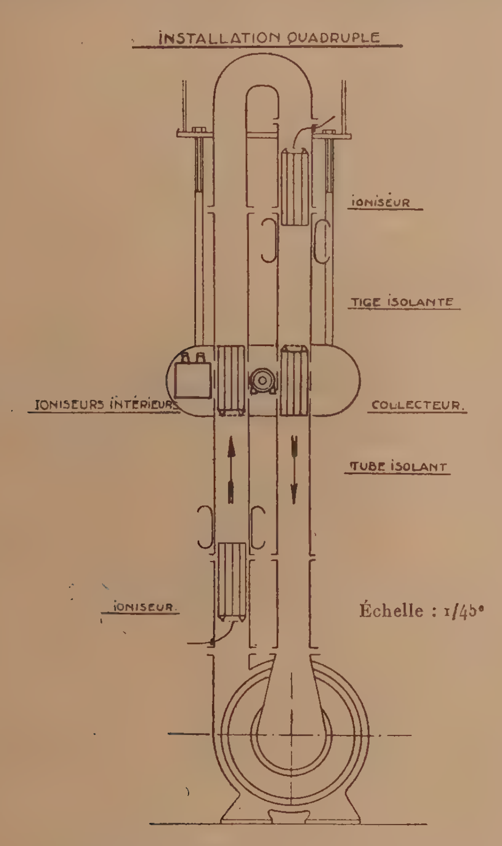
ELECTRICITÉ. — *Sur la réalisation d'un générateur à haute tension et à grand débit.* Note (¹) de M. **André Raskin**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons déjà exposé les perfectionnements que nous avons apportés au générateur de haute tension type Pauthenier (²). Dans cette nouvelle

(¹) Séance du 9 janvier 1939.

(²) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1884.

Note, nous indiquerons brièvement comment nous avons encore augmenté le débit électrique, tout en conservant exactement le même circuit aérodynamique. Nous avons placé à l'intérieur du collecteur un ioniseur dans chaque canalisation traversée par la poussière (voir la figure); ces ioniseurs sont



alimentés par un générateur de courant continu à 20000 volts, se trouvant à l'intérieur de la sphère; cette source de courant continu comprend une petite commutatrice de 200 watts, actionnée par un moteur, extérieur au collecteur, par l'intermédiaire d'un arbre isolant. Le circuit à courant continu de la commutatrice fonctionne en dynamo shunt et sert à produire l'excitation nécessaire à la partie alternative; un transformateur de 110-20000 volts est branché sur celle-ci et la haute tension est redressée au moyen d'un contact tournant calé en bout d'arbre sur la commutatrice. Les deux ioniseurs intérieurs à la sphère sont connectés de manière à charger

la poussière avec le signe contraire à celui du collecteur, de sorte que cette charge, emportée par la poussière, contribue à augmenter le débit électrique de la machine.

Les quatre ioniseurs étant en place dans la canalisation, en faisant fonctionner les ioniseurs extérieurs seuls, qui ont 35^{cm} de longueur, nous avons obtenu un débit de 600 microampères. Dans les mêmes conditions, les ioniseurs intérieurs seuls, qui ont 25^{cm} seulement, fournissent un débit de 400 microampères. Lorsque l'on fait fonctionner les quatre ioniseurs simultanément, on obtient 800 microampères, et non 1 milliampère, parce que les ioniseurs intérieurs ne sont pas assez longs pour assurer convenablement la charge des poussières après les avoir déchargées : lorsque nous pourrons placer des ioniseurs plus longs, dans un collecteur de dimensions plus grandes, nous obtiendrons sans aucun doute un débit de 1 milliampère.

Signalons qu'au point de vue mécanique l'installation fonctionne d'une manière parfaite, sans aucune vibration, et que la tension obtenue, limitée seulement par l'exiguïté du local où se trouve actuellement la machine, est encore de 400000 volts.

IONISATION DES GAZ. — *Sur une particularité de l'air ionisé par les rayons X.* Note de MM. **Georges Reboul** et **Frantz Perrier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il est généralement admis que, lorsqu'un faisceau de rayons X agit sur l'air, l'ionisation produite disparaît presque instantanément avec la cause ionisante, la recombinaison étant complète peu de secondes après que les rayons ont cessé d'agir; or ce n'est pas tout à fait exact et il est facile de montrer que la modification apportée dans les gaz par le passage des rayons X persiste en partie pendant plusieurs heures.

Un faisceau de rayons X, produit par un tube *roburix* alimenté par une tension de 50 kilovolts, traverse pendant quelques minutes de l'air, à la température et à la pression ordinaires, placé dans une cage d'ionisation d'assez grand volume (10 litres), la tension aux armatures restant nulle tant qu'agissent les rayons. Si, après que l'action ionisante a cessé, on applique un champ extracteur, on constate qu'il y a courant; ce courant est naturellement d'autant plus intense que le champ a été établi plus rapidement, mais il est encore appréciable si le champ n'est établi que plusieurs heures après que l'on a supprimé le faisceau.

L'expérience montre que tout se passe comme s'il y avait production, sous l'action des rayons X, d'ions de faible mobilité et se recombinant très lentement; la lenteur de leur recombinaison permet de suivre leur évolution et de faire l'étude quantitative du phénomène.

Le nombre de ces ions augmente d'abord avec la durée d'exposition de l'air aux rayons X, passe par un maximum atteint au bout de quelques minutes d'action des rayons, puis décroît.

Après qu'on a supprimé les rayons X et en l'absence de champ, le nombre des ions diminue suivant une formule hyperbolique pendant deux ou trois heures.

Le phénomène s'explique aisément en admettant que, sous l'action des rayons X, il se produit de *gros ions* analogues à ceux que Langevin a trouvés dans l'atmosphère et dont il a indiqué le processus de formation. Cependant ces *gros ions* ne paraissent pas se former sur des molécules ionisées quelconques, mais sur des centres privilégiés dont le nombre varie avec les diverses conditions expérimentales; ces centres privilégiés ne sont d'ailleurs pas des poussières, car la filtration de l'air introduit dans l'appareil ne fait pas disparaître le phénomène et l'introduction volontaire de poussières (fumées par exemple) en diminue considérablement la grandeur au lieu de l'augmenter.

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé permet de déceler des ionisations très faibles; le nombre des *gros ions* dont il s'agit ici est environ un million de fois plus petit que celui des ions ordinaires que produit dans l'air le passage du même faisceau de rayons X.

MAGNÉTISME. — *Désaimantations adiabatiques à partir de températures obtenues avec l'hydrogène solide.* Note de MM. **Nicolas Kürti**, **Paul Laîné** et **Franz Simon**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour la production de très basses températures par désaimantation adiabatique de sels paramagnétiques on a utilisé jusqu'à présent, comme point de départ, des températures du domaine de l'hélium liquide. Ceci tient à ce qu'avec des températures initiales plus élevées la méthode magnétique devient moins efficace. D'une part l'aimantation isotherme et la diminution d'entropie qui l'accompagne sont des fonctions de H/T, de sorte qu'aux températures plus élevées un champ plus intense est nécessaire pour produire le même changement d'entropie; d'autre part l'entropie du réseau,

qui, dans le domaine de l'hélium liquide, est petite ou même négligeable par rapport aux changements d'entropie de nature magnétique, s'accroît rapidement avec la température suivant la loi en T^3 de Debye; il en résulte que les abaissements relatifs de température T_f/T_i (T_f = température finale, T_i = température initiale) qui, à partir du domaine de l'hélium liquide, sont constants pour une valeur donnée du champ initial, deviennent de plus en plus petits.

En l'absence de déterminations directes de l'entropie du réseau on ne pouvait pas, au moment où les mesures relatées ici furent faites, estimer les températures que l'on obtiendrait en désaimantant de l'alun de fer à partir des températures de l'hydrogène solide. Il nous avait donc paru utile de réaliser, au cours des expériences que nous avons faites par la méthode magnétique avec l'Électroaimant de l'Académie des sciences (1), quelques désaimantations de ce genre.

Nous avons utilisé un comprimé ellipsoïdal d'alun de fer ammoniacal pesant 75g. Le récipient entourant l'échantillon contenait de l'hydrogène solide s'évaporant, sous basse pression, à une température de 8°,5 K. Le tableau suivant donne les températures finales T_f atteintes à partir de 8°,5 K et les valeurs correspondantes du champ initial H_i (2).

H_i (kilogauss)...	18,2	21,6	24,3	28,8
T^o_f K...........	5,5	4,2	2,3	0,36

On voit qu'avec un champ initial de 29 kilogauss on atteint 0°,36 K, c'est-à-dire qu'on arrive à franchir la région de l'hélium liquide avec un seul étage de refroidissement magnétique (3). Le tableau montre en outre que, pour atteindre des températures inférieures à 1° K, il faut des champs intenses. Il serait donc avantageux de travailler avec des échantillons plus petits permettant l'emploi d'entrefers plus faibles; nous indiquerons, à titre d'exemple, que l'Électroaimant de Bellevue, muni de ses pièces polaires de 60mm de diamètre, avec un entrefer de 40mm

(1) M. Kürti, P. Lainé et F. Simon, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 675 et 754.

(2) Les mesures directes de l'entropie du réseau de l'alun de fer, faites récemment par M. Bleaney à Oxford, permettent de calculer ces températures finales et nous trouvons un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux.

(3) Il ne serait naturellement pas possible de refroidir ou de liquéfier des quantités appréciables d'hélium en utilisant de semblables désaimantations, à moins qu'on ne construise un appareil à fonctionnement périodique.

(H = 42 kilogauss), permettrait de refroidir environ 20 grammes d'alun de fer de la température de 8°,5 K à celle de 0°,15 K ([4]).

En somme, il nous semble que des désaimantations, à partir des températures de l'hydrogène solide, pourraient jouer un rôle pratique dans les laboratoires possédant un électroaimant puissant. Il est relativement facile de se procurer de l'hydrogène liquide, et, puisqu'on se passerait d'hélium liquide, l'appareil et toute l'installation deviendraient particulièrement simples. A côté d'expériences au-dessous de 1° K, de pareilles désaimantations permettraient la mesure de chaleurs spécifiques dans la région intermédiaire entre celle de l'hydrogène solide et celle de l'hélium liquide. En faisant une série de désaimantations avec un sel paramagnétique mis en contact thermique avec la substance à étudier et en comparant les températures ainsi atteintes avec celles qu'on obtiendrait avec le sel paramagnétique seul, on pourrait déduire directement l'entropie et la chaleur spécifique de la substance en question.

MAGNÉTISME. — *Relations entre point de Curie, le moment orbital et le réseau cristallin.* Note de M. **Robert Forrer**, transmise par M. Pierre Weiss.

J'ai montré ([1]) qu'on peut considérer le moment élémentaire des alliages comme composé d'un moment de base, dû au spin, et d'un moment supplémentaire, dû à l'orbite. Cette conception a trouvé une certaine vérification par le fait qu'une valeur limite des phénomènes gyromagnétiques, calculée avec les données provenant de la discussion des alliages, constitue en effet une limite des valeurs expérimentales ([2]).

On peut encore justifier cette décomposition du moment élémentaire d'une autre manière. On peut montrer que dans les deux séries d'alliages des Co-Ni et des Fe-Ni qui cristallisent dans le réseau du cube à faces centrées, le point de Curie ne dépend que de la valeur du moment supplémentaire, qu'il est donc indépendant de la grandeur du moment de spin.

En effet, si l'on porte le point de Curie en fonction du moment supplémentaire, trois courbes provenant de séries d'alliages différentes se super-

([4]) Une substance avec des ions magnétiques plus concentrés et par conséquent un rapport plus favorable de l'entropie magnétique à celle du réseau pourrait donner encore de meilleurs résultats.

([1]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1091.
([2]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1390.

posent. A cause de la relation $\theta = F\sqrt{N}$ (³), où N est le nombre des interactions orbitales et F leur intensité, on obtient une représentation équivalente en portant (avec F = 301) N en fonction du moment supplémentaire μ_x (voir figure 1). On obtient alors une relation linéaire

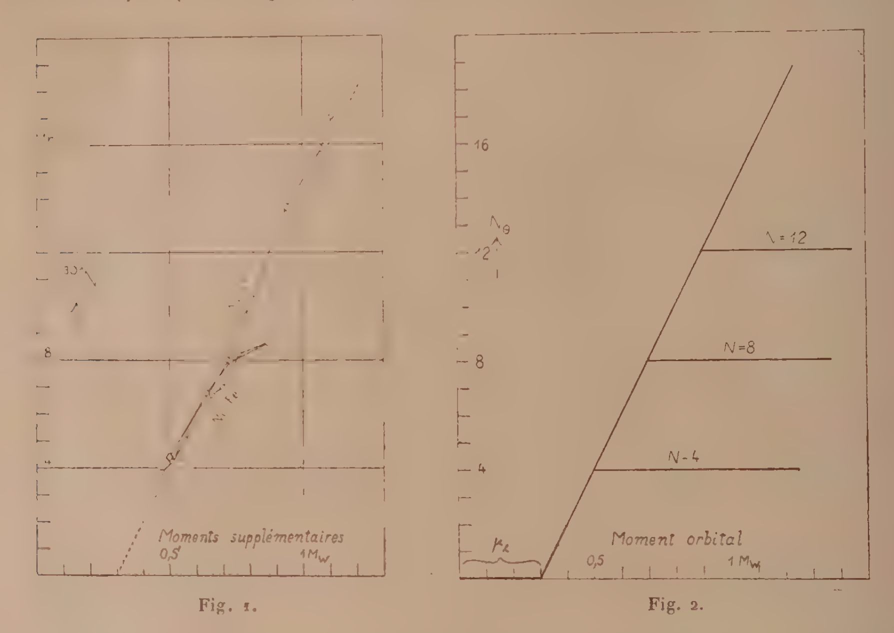


Fig. 1. Fig. 2.

entre N et μ_x, de la forme $N = (\mu_x - \mu_c) N_c$, où μ_c est un petit moment constant sans action sur θ et N_c le nombre des interactions pour un magnéton de Weiss ($N_c = 20$).

Dans ces alliages le point de Curie dépend donc essentiellement du moment orbital.

Cet énoncé semble contredire les conclusions anciennes (³), d'après lesquelles le nombre N des interactions est en relation avec le nombre des voisins à distance efficace. D'après le tableau suivant :

	Substance.	θ.	F.	N.	V.
$N = 2V$	Fe	770°	301	12	6
	Co	1130	287	24	12
	$FeBe^2$	522	281	8	4
	FeS	329	301	4	2
$N < 2V$	Ni	357	315	4	12
	MnAs	38	311	1	1

(³) *J. de Phys.*, 4, 1933, p. 109, 186, 427 et 501.

où V est le nombre des voisins à distance efficace, on établit en effet la relation $N \leq 2V$.

En réalité *deux conditions* limitent le nombre des interactions.

D'une part, quand le nombre V des voisins est grand et le moment supplémentaire insuffisant pour satisfaire tous les voisins au moyen de deux interactions, c'est le moment supplémentaire seul qui détermine N et par conséquent le point de Curie θ. Ceci est précisément le cas dans les alliages cités du nickel où V est égal à 12.

D'autre part, quand le moment orbital est grand, c'est alors le nombre des voisins à distance efficace qui détermine N ou θ par la relation $N = 2V$ [4].

On peut réunir ces deux conditions dans un même graphique (voir figure 2), en portant comme dans la figure 1 la droite $N = (\mu_s - \mu_c) N_c$ et en représentant par des lignes horizontales les limites de N données par $N = 2V$ ($N = 4, 8, 12$ par exemple, pour $V = 2, 4, 6$).

MAGNÉTISME. — *Chaleur spécifique et fluctuations du champ moléculaire.* Note de M. **Louis Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

Au point de vue théorique [1], la chaleur spécifique à volume constant du nickel est la somme de plusieurs termes : 1° un terme normal constant correspondant à 6 degrés de liberté; 2° un terme dû à l'anharmonicité des vibrations, mal connu, d'ordre de grandeur 0,1 R/2J à 400° C.; 3° un terme électronique provenant de l'influence de la température sur la répartition des électrons dans les zones de Brillouin; 4° un terme magnétique provenant des interactions entre spin, c'est-à-dire du champ moléculaire.

Le troisième terme, à basse température, est proportionnel à la température absolue et, à haute température, tend vers une limite qui dépend de la forme de la bande $3d$. Dans les régions où l'aimantation spontanée varie, ce terme subit une variation rapide et compliquée produite par le changement corrélatif dans la répartition des électrons. Pour une bande rectangulaire [2], avec $J = 1/2$ et 0,6 porteur par atome (nickel), la valeur limite 1,2 R/2J est atteinte dès que le point de Curie est dépassé.

---

[4] Dans certains cas la symétrie du réseau semble limiter N à un plus petit nombre. Voir par exemple MnAs, MnP, où $N = V$.

[1] Voir par exemple Mott et Jones, *Properties of Metal and Alloys*, Oxford, 1936.

[2] Néel, *Bull. Soc. franç. Phys.*, n° 421, 1938, p. 104 S.

D'autres hypothèses plausibles donnent des valeurs qui varient lentement avec la température.

Le quatrième terme, selon la théorie de Weiss ([3]), est proportionnel à la dérivée par rapport à la température du carré de l'aimantation spontanée. Il est nul au-dessus du point de Curie θ. Quand on tient compte, en deuxième approximation, des fluctuations du champ moléculaire ([4]), la variation devient plus compliquée et notamment la discontinuité précédente au point θ est remplacée par un arrondi. Il subsiste au-dessus de θ un excès de chaleur spécifique qui diminue rapidement quand on s'éloigne de θ. J'ai calculé autrefois ([5]), à l'aide de données purement magnétiques, cet excès e. Avec 0,6 porteur par atome on obtient les valeurs :

t(°C.)...........	558,3.	507,9.	463,1.	432,5.	413,6.	399,2.
e (R/2J).....	0,012	0,019	0,029	0,055	0,103	0,144
t(°C.)...........	388,9.	380,5.	373,8.	367,4.	361,1.	355,9.
e (R/2J).....	0,194	0,310	0,391	0,514	0,665	0,840

Comme on le voit, cet excès est important, il varie rapidement avec la température et doit pouvoir être mis en évidence expérimentalement, car la somme des trois premiers termes de la chaleur spécifique est à variation lente et faible dans l'intervalle de température envisagé.

Au point de vue expérimental, en se bornant aux mesures de chaleur spécifique vraie (celles de chaleur moyenne ne sont pas assez précises en l'espèce) les résultats se classent en deux groupes : d'un côté Mme Lapp ([6]) trouve une discontinuité brusque conforme à la théorie de Weiss sans fluctuations; d'un autre côté, Sucksmith et Potter ([7]), Klinkhardt ([8]), Grew ([9]), Ahrens ([10]) trouvent un arrondi favorable à l'hypothèse des fluctuations. J'ai repris les mesures avec une précision accrue ([11]) et je trouve également un arrondi.

Pour comparer la théorie à l'expérience, j'ai calculé à partir de mes

---

([3]) Weiss et Beck, *J. de Physique*, **7**, 1908, p. 249.
([4]) Néel, *Ann. de Phys.*, **17**, 1932, p. 6.
([5]) Néel, *J. de Phys. et Rad.*, **5**, 1934, p. 116.
([6]) *Ann. de Phys.*, **12**, 1929, p. 442.
([7]) *Proc. Roy. Soc.*, A, **112**, 1926, p. 157.
([8]) *Ann. der Physik*, **84**, 1927, p. 167.
([9]) *Proc. Roy. Soc.*, A, **145**, 1934, p. 509.
([10]) *Ann. der Physik*, **21**, 1934, p. 169.
([11]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 1384.

mesures, en unités R/2J, la chaleur spécifique atomique ramenée à volume constant, au moyen des termes correctifs déterminés par M[me] Lapp (*loc. cit.*), et je la compare dans le tableau ci-dessous aux valeurs théoriques déduites du tableau précédent, en supposant que dans cet intervalle de température la somme des trois premiers termes de la chaleur spécifique pouvait être prise constante et égale à $7,22 \times R/2J$.

$t°$	540,1.	487,7.	457,2.	456,8.	425,8.	410,6.	395,2.	390,2.
c observé	7,27	7,28	7,28	7,26	7,33	7,34	7,40	7,40
c calculé	7,23	7,24	7,25	7,25	7,29	7,33	7,38	7,42
$t°$	386,5.	378,1.	376,1.	371,1.	368,6.	365,2.	363,6.	361,3.
c observé	7,45	7,54	7,52	7,58	7,57	7,82	7,78	7,95
c calculé	7,45	7,55	7,58	7,66	7,70	7,78	7,81	7,88

L'accord est satisfaisant. Il n'en faut certes rien conclure relativement au terme électronique, qui en tout état de cause varie peu dans l'intervalle considéré, mais l'accord observé possède toute sa signification quant au terme de fluctuations dont la variation est rapide : la théorie proposée ([4]) ([5]) reçoit ainsi une nouvelle confirmation. La comparaison ne peut malheureusement pas être poursuivie au-dessous du point de Curie, car le calcul de l'influence des fluctuations sur l'ensemble des termes magnétique et électronique est inextricable.

PHYSICOCHIMIE. — *Sur les propriétés de la phtaléine du phénol vitreuse.* Note de M. **Édouard Rencker**, présentée par M. Charles Fabry.

On prépare facilement la phtaléine de phénol vitreuse par refroidissement brusque de ce corps préalablement fondu. La viscosité augmente rapidement quand la température s'abaisse et l'on obtient une substance vitreuse légèrement colorée en jaune, cette coloration étant peut-être due à un début de décomposition. J'ai reproduit sur ce verre les études de trempe et de recuit que j'avais réalisées précédemment sur le verre d'anhydride borique.

Comme dans mes recherches précédentes ([1]), les dilatomètres à tige utilisés sont formés de deux parties en cristal, un réservoir et une tige capilaire réunis par un bouchon rodé qui permet l'introduction de petits

([1]) *Comptes rendus,* **205**, 1937, p. 980 et 1396.

morceaux de phtaléine de phénol. Ils sont ensuite remplis dans le vide de mercure distillé.

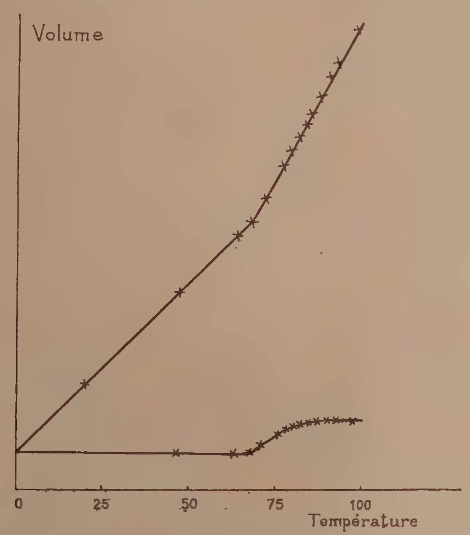
J'ai d'abord observé, comme dans le cas de l'anhydride borique, que le volume du composé vitreux dépend à température constante du traitement thermique antérieur. Toutefois, à chaque température, le volume tend, en fonction du temps, asymptotiquement vers une valeur fixe indépendante du traitement antérieur. Si le dilatomètre est porté d'abord dans un thermostat à liquide réglé à la température t à 0,1 degré près, le volume du verre évolue alors en fonction du temps jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur fixe que j'ai appelée « volume du verre recuit à la température t ». Si l'on porte ensuite le dilatomètre dans un thermostat à la température t', le niveau du mercure varie à température constante quelquefois pendant plusieurs jours et tend asymptotiquement vers le niveau qui correspond au volume du verre recuit à la température t'. Suivant que t' est supérieur ou inférieur à t, il y a augmentation ou diminution de volume. On observe en somme un phénomène d'hystérésis pour la dilatation. La durée de l'évolution diminue très vite quand la température augmente. L'étude de cette variation de volume à température constante est facile à faire entre 67 et 80° environ. Pour les températures plus élevées, la vitesse d'évolution devient très grande et difficilement mesurable.

Au-dessous de 67°, le phénomène d'hystérésis ne se produit que si le verre a été préalablement recuit à une température supérieure à 67°. On peut donc dire que le verre recuit à une température inférieure à 67° est recuit également pour toute température inférieure à 67°.

Nous avons vu qu'au bout d'une période d'évolution plus ou moins longue suivant la température (plusieurs mois sont nécessaires à la température ordinaire), le volume de la phtaléine du phénol vitreuse tend à chaque température vers une valeur indépendante des état antérieurs. C'est ce volume qui a été porté en unités arbitraires en fonction de la température sur le graphique ci-joint (courbe supérieure). En réalité, on a porté les niveaux du mercure dans la tige capillaire. Sur ce graphique, la température de 67° est marquée par un point anguleux.

La courbe inférieure sur le graphique représente la variation du volume à 0° du verre trempé en fonction de la température à laquelle on l'avait recuit avant la trempe. Cette trempe était réalisée en retirant rapidement le dilatomètre du thermostat pour le plonger dans l'eau à la température ordinaire. Ici encore, la température de 67° joue un rôle primordial; c'est

la température maxima à partir de laquelle on peut tremper la phtaléine de phénol vitreuse recuite primitivement à basse température sans



Volume final du verre en fonction de la température (courbe supérieure). Volume à 0° du verre trempé en fonction de la température du recuit précédant la trempe (courbe inférieure).

modifier ses propriétés. Si cette température a été dépassée, le verre présente un résidu de dilatation; la valeur maxima de ce résidu est atteinte pour 86° environ et elle reste constante au-dessus de cette température.

Cette étude sur la phtaléine du phénol a été menée exactement de la même façon que celle que j'avais précédemment réalisée sur le verre d'anhydride borique. Elle conduit aux mêmes résultats. Seuls changent le domaine de température intéressant et les vitesses d'évolution à température constante qui sont beaucoup plus élevées pour la phtaléine. Par ailleurs, ces résultats expérimentaux s'accordent parfaitement avec ceux qu'à obtenus M[me] Winter-Klein ([2]) par des méthodes de recherches différentes sur des verres d'optique. Ceci confirme une fois de plus l'analogie que présentent les propriétés physiques de tous les composés définis ou mélanges vitreux.

([2]) *Thèse*, Paris, 1938; *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 15, 1936, p. 281.

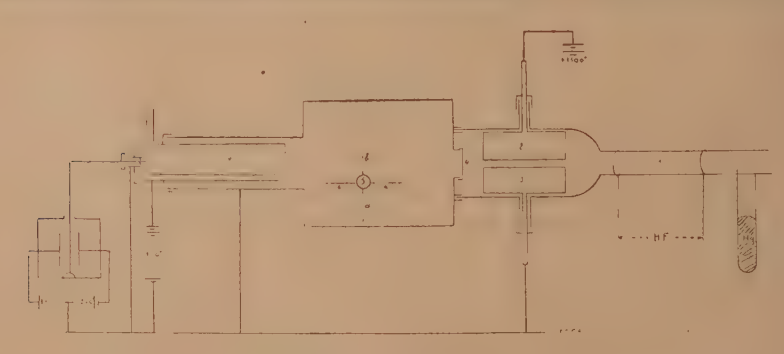
RAYONS X. — *Contribution à l'étude des radiations X émises dans la décharge entre électrodes extérieures en ondes entretenues.* Note (¹) de M. L. Groven, présentée par M. Maurice de Broglie.

Lorsqu'on applique aux deux électrodes entourant un tube contenant un gaz raréfié une différence de potentiel oscillante entretenue, le gaz émet des radiations s'étendant jusque dans le domaine des rayons X. Je donne dans cette Note les résultats que j'ai obtenus avec la vapeur de mercure.

Les rayons X émis dans ce type de décharge sont susceptibles d'exciter la fluorescence du sulfure de zinc, ils exercent un effet photoélectrique sur une lame de laiton et sont capables d'ioniser le gaz d'une chambre d'ionisation. Ce dernier effet a été utilisé pour mesurer la dureté de ce rayonnement. J'ai déduit cette dureté de la mesure du coefficient d'absorption dans des feuilles métalliques minces. Jönsson (*Diss.*, Upsala, 1928) a donné pour toute une série de métaux les valeurs de ce coefficient d'absorption en fonction de la longueur d'onde.

Pour effectuer ces mesures d'absorption, j'ai utilisé l'appareil représenté sur la figure ci-dessous.

La décharge est produite entre les électrodes (H. F.) dans le tube (1), la



vapeur de mercure provient d'une réserve (Hg) chauffée à température convenable, le tout étant relié à une canalisation à vide. Les électrons et les ions présents dans la décharge ont été éliminés à l'aide d'un piège électrostatique constitué par deux demi-cylindres de laiton (2, 3) distants de 2^{mm}, entre lesquels on établit une différence de potentiel. Le filtre est

(¹) Séance du 9 janvier 1939.

efficace lorsqu'en augmentant la différence de potentiel, le courant d'ionisation mesuré à l'électromètre reste constant. La lame métallique mince (4) peut également arrêter des particules électrisées et évite l'altération des filtres absorbants par la vapeur de mercure. Un petit porte-écrans (5) tournant dans un rodage permet d'intercaler un des quatre écrans (a, b, c, d) sur le trajet des rayons X. Ces derniers arrivent enfin dans la chambre d'ionisation (6).

Les précautions prises pour éviter la présence de particules électrisées d'une part, la puissance relativement faible (50 watts) de l'émetteur d'autre part, font que le courant d'ionisation produit par les rayons X est très faible.

J'ai trouvé un coefficient d'absorption correspondant à une longueur d'onde de 5,7 Å. Les coefficients d'absorption mesurés pour le cuivre et l'argent donnent, aux erreurs d'expérience près, des valeurs correspondant à cette même longueur d'onde. D'autre part, cette longueur d'onde concorde avec $\lambda_{M\alpha_1} = 5{,}649$ Å et $\lambda_{M\beta_1} = 5{,}439$ Å mesurées par J. C. Karcher (*Phys. Rev.*, April 1920, p. 285).

Le coefficient d'absorption reste constant en réduisant l'intensité initiale dans le rapport 1/64. Dans ces limites le rayonnement apparaît donc comme étant homogène.

La longueur d'onde reste constante lorsque le diamètre du tube (1) varie de 5 à 30^{mm}.

De même la dureté reste constante lorsque la longueur d'onde d'excitation varie de 7 à 35^{m}.

Rapprochant progressivement les électrodes extérieures, la dureté reste constante jusqu'à une certaine distance limite. Pour des distances plus petites que cette distance limite, il y a un accroissement brusque de la dureté qui ensuite reste à nouveau constante ($\lambda = 3{,}5$ Å).

Lorsque le tube (1) où a lieu la décharge est rempli d'air, le rayonnement émis n'est plus capable de donner un courant d'ionisation dans l'appareil que j'ai utilisé.

En résumé, le rayonnement émis dans la décharge entre électrodes extérieures en ondes entretenues par un gaz raréfié s'étend jusque dans le domaine des rayons X. Ce rayonnement semble être constitué en majeure partie par le rayonnement caractéristique de la substance étudiée.

J'ai étudié cette émission pour d'autres corps et je poursuis parallèlement l'étude au spectrographe de ces rayons.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de la constitution des solutions d'iodure de cadmium. Obtention du spectre Raman complet du cadmiotétraiodure.* Note [1] de Mlle **Marie-Louise Delwaulle**, MM. **Félix François** et **Joseph Wiemann**, transmise par M. Robert Lespieau.

Une étude [2] sur la constitution des solutions d'iodure de cadmium, nous a montré l'influence sur le spectre Raman de ces solutions, d'une part, du pouvoir dissociant du solvant, de l'autre de l'apport d'ions I^- réalisé par l'addition d'iodure alcalin très ionisé. Nous avons alors démontré : *a*. l'existence dans les solvants peu dissociants (alcools octylique etc., décylique) de molécules d'iodure de cadmium, seules décelées; *b*. celle d'un ion complexe formé aux dépens d'iodure de cadmium et d'ions I^- provenant, soit de la dissociation de l'iodure de cadmium lui-même, soit de l'addition d'iodure alcalin à ces solutions. L'attribution à cet ion complexe d'une seule fréquence Raman ne nous permettait pas d'en connaître la nature. La raie attribuable sans ambiguïté à l'iodure de cadmium dans les alcools supérieurs étant présente sur tous les clichés, nous avions pensé que l'iodure de cadmium existait dans toutes les solutions au moins à une faible concentration : la présence d'ions I^- en proportion élevée pouvant à la fois et favoriser la formation du complexe et empêcher la dissociation de l'iodure de cadmium.

Nous nous sommes proposé d'obtenir le spectre complet de l'ion complexe afin de pouvoir connaître sa constitution.

Nous avons soumis à l'expérience des solutions aussi concentrées que possible, ce qui nous a permis d'observer avec précision des raies très proches de l'excitatrice. Nous avons, de plus, afin de caractériser complètement chaque raie, mesuré au moyen d'un microphotomètre Moll son facteur de dépolarisation. Nous consignons ci-après nos résultats (la précision sur les pointés étant supérieure à celle que nous obtenions lors de notre précédent travail, le tableau ci-contre complète et rectifie légèrement les observations antérieures).

---

(1) Séance du 3 janvier 1939.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 186.

Solutions concentrées de CdI^2 *dans*

	Eau.	ρ.	Propanol-*n*.	ρ.	Butanol-*n*.	ρ.	Pentanol-*n*.	ρ.	Heptanol-*n*.	ρ.	Décanol-*n*.	ρ.
ν_1	36 F	6/7										
ν_2	44 F	6/7										
ν_3	116 F	# 0,1										
ν_6			123 m		123 m		123 f		123 ff			
ν_4	144 f	> 0,7	142 F	# 0,15	142 F	# 0,15	142 F	# 0,15	142 F	# 0,15	142	# 0,15

Solutions dans les mêmes solvants en présence d'iodure alcalin.

	Eau.	ρ.	Propanol-*n*.	ρ.	Butanol-*n*.	ρ.	Pentanol-*n*.	ρ.	Heptanol-*n*.	ρ.	Décanol-*n*.	ρ.
ν_1	36 F	6/7	36 F	6/7			36 F	6/7	36 F	6/7		
ν_2	44 F	6/7	44 F	6/7			44 F	6/7	44 F	6/7		
ν_3	116 F	# 0,1	116 F	# 0,1			116 F	# 0,1	116 F	# 0,1		
ν_4	144 f	> 0,7	144 f	> 0,7			144 f	> 0,7	144 f	> 0,7		

Dans les alcools supérieurs, une seule raie presque complètement polarisée caractérise bien la présence de molécules linéaires du type AX^2 : on a donc bien affaire à de l'iodure de cadmium non dissocié.

Les solutions du seul iodure de cadmium dans les alcools propylique, heptylique présentent encore la fréquence $\nu_6 = 142\,cm^{-1}$, et la raie correspondante est toujours presque complètement polarisée.

Les solutions dans l'eau, qui ne comportent que de l'iodure de cadmium, et celles, soit dans l'eau, soit dans un alcool quelconque, qui comportent, en même temps que l'iodure de cadmium, un excès d'iodure alcalin, accusent une fréquence Raman ν_4 $144\,cm^{-1}$ (bien voisine de 142), mais le facteur de dépolarisation est au moins 0,7. On ne saurait incriminer le solvant, dont la fixation éventuelle sur l'iodure de cadmium modifierait la symétrie de la molécule : pour les solutions d'iodure de cadmium dans les alcools amylique et heptylique, le facteur de dépolarisation de cette raie de l'ordre de 0,15 en l'absence d'iodure alcalin, est au moins égal à 0,7 en sa présence.

Dans tout milieu riche en ions I^- il n'existe donc plus de molécules intactes d'iodure de cadmium (tout au moins à une concentration décelable au moyen de l'effet Raman).

Le spectre Raman, qui est alors le même pour tout solvant, est caractérisé par

ν	36.	44.	116.	144.
$J = I + i$	13	15	10	1,5
$\rho = i/I$	6/7	6/7	0,1	> 0,7

Pour montrer qu'il s'agit d'un seul complexe, nous avons vérifié que les intensités relatives de ces quatre raies restent constantes si l'on fait varier dans de très larges limites le rapport CdI^2/MI (des iodures mis en jeu). Le tableau ci-dessus indique la valeur de ces intensités.

Ce spectre a toutes les caractéristiques de celui d'un édifice AX^4 du type $SnCl^4$; le complexe a donc la formule $(CdI^4)^{-}$; cet ion a la symétrie d'un

tétraèdre régulier dont les sommets seraient occupés par l'iode et le centre par le cadmium. La formule théorique est bien vérifiée ([3]) et l'on trouve les coefficients : $f = 0{,}61 \cdot 10^5$, $f' = 0{,}096 \cdot 10^5$, P étant sensiblement nul.

Les solutions d'iodure de cadmium dans les alcools propylique, amylique contiennent certainement de l'iodure de cadmium non dissocié, mais à côté de la raie ν 142 cm^{-1} très polarisée, on y observe une raie ν 123 cm^{-1} qui ne saurait appartenir qu'à un complexe moins iodé que $(CdI^4)^{--}$. Nous pourrions sans doute identifier ce complexe si nous disposions d'un spectrographe plus dispersif.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Suite de l'étude spectrophotométrique de l'hydrolyse lente des sels ferriques.* Note ([1]) de MM. **Joseph Cathala** et **Jean Cluzel**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons continué l'étude de l'hydrolyse lente des sels ferriques par la méthode spectrophotométrique déjà décrite ([2]) et présentons aujourd'hui

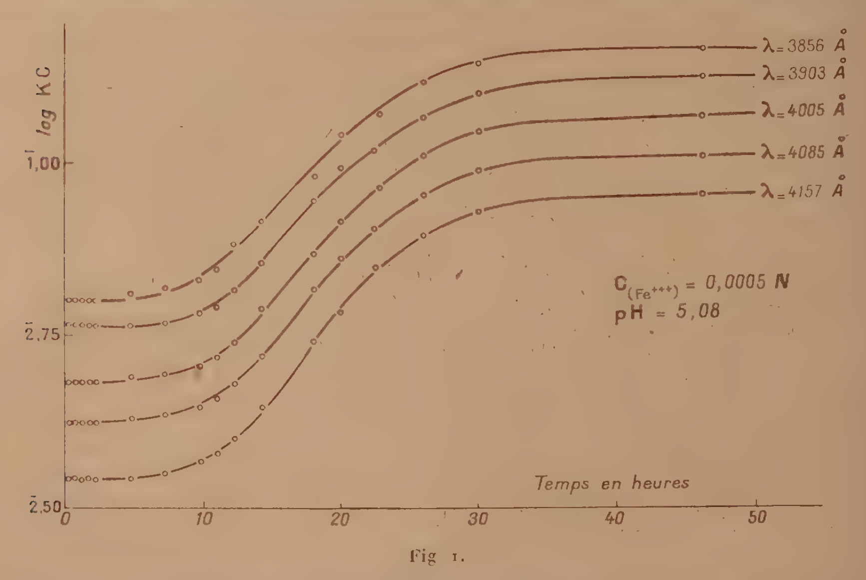


Fig. 1.

les résultats relatifs à des solutions de concentration 0,01 N ; 0,004 N ; 0,002 N ; 0,001 N et 0,0005 N pour des pH compris entre 4,70 et 6.

([3]) Kohlrausch, *Smekal-Raman Effekt*, p. 218.

([1]) Séance du 27 décembre 1938.

([2]) J. Cathala et J. Cluzel, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 781.

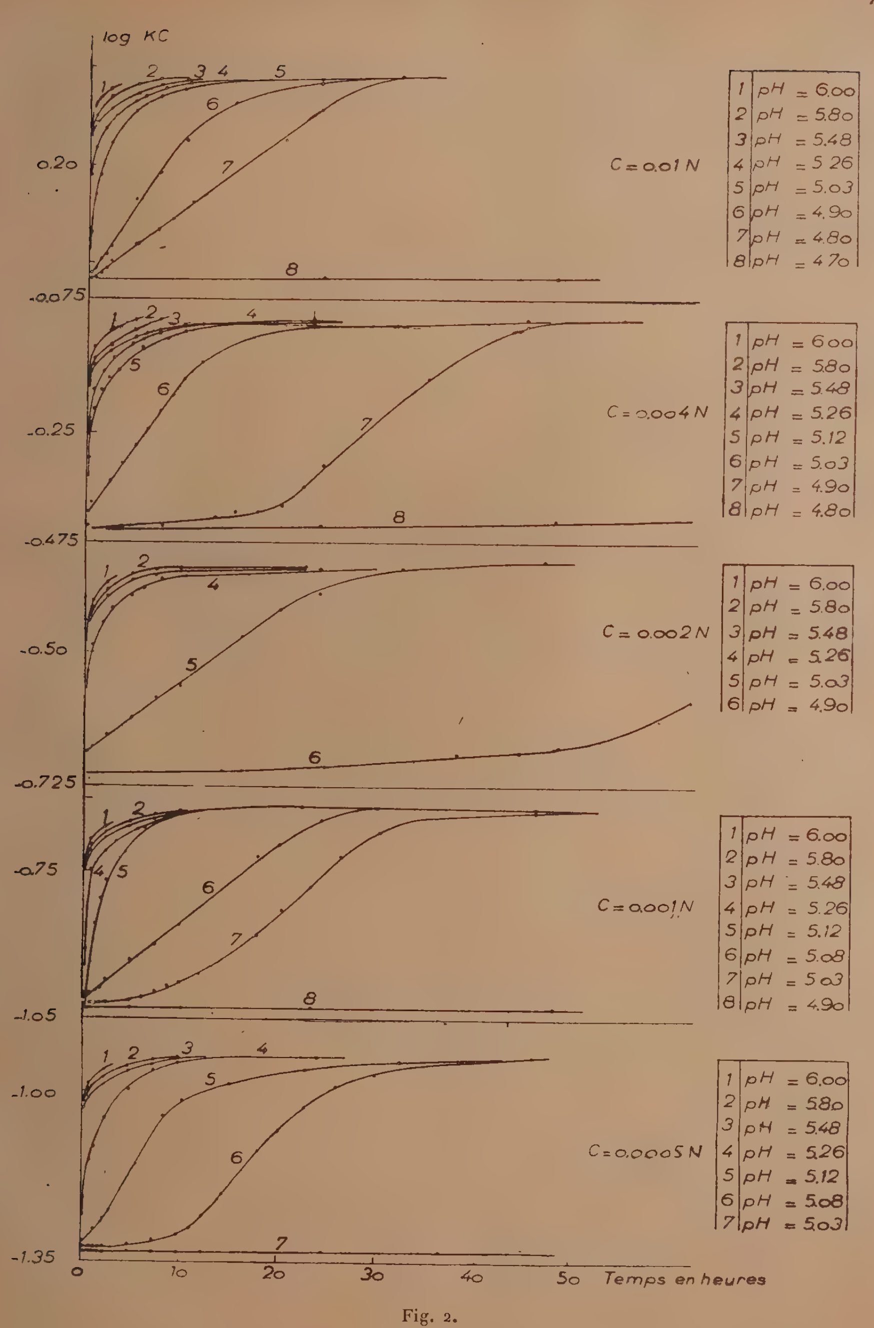

log KC
0.20
-0.075
-0.25
-0.475
-0.50
-0.725
-0.75
-1.05
-1.00
-1.35
0 10 20 30 40 50 Temps en heures
C = 0.01 N
1 pH = 6.00
2 pH = 5.80
3 pH = 5.48
4 pH = 5.26
5 pH = 5.03
6 pH = 4.90
7 pH = 4.80
8 pH = 4.70
C = 0.004 N
1 pH = 6.00
2 pH = 5.80
3 pH = 5.48
4 pH = 5.26
5 pH = 5.12
6 pH = 5.03
7 pH = 4.90
8 pH = 4.80
C = 0.002 N
1 pH = 6.00
2 pH = 5.80
3 pH = 5.48
4 pH = 5.26
5 pH = 5.03
6 pH = 4.90
C = 0.001 N
1 pH = 6.00
2 pH = 5.80
3 pH = 5.48
4 pH = 5.26
5 pH = 5.12
6 pH = 5.08
7 pH = 5.03
8 pH = 4.90
C = 0.0005 N
1 pH = 6.00
2 pH = 5.80
3 pH = 5.48
4 pH = 5.26
5 pH = 5.12
6 pH = 5.08
7 pH = 5.03

Fig. 2.

Nous nous sommes assurés dans tous les cas que toutes les courbes d'absorption en fonction du temps, pour diverses longueurs d'onde, sont rigoureusement superposables; nous nous contentons de le montrer dans le cas de la solution 0,0005 N (*fig.* 1). Nous devons en conclure que la variation de l'absorption avec le temps ne peut résulter que des variations de concentration d'un seul composé. Ce résultat, établi maintenant pour 37 solutions absorbantes différentes, confirme celui que nous avions déjà obtenu dans l'étude de l'hydrolyse instantanée des sels ferriques (³).

Nous avons rassemblé (*fig.* 2) les courbes relatives aux variations en fonction du temps de l'absorption de chacune des solutions de nitrate ferrique étudiées, dans les limites de pH indiquées ci-dessus; ces absorptions sont toutes relatives à $\lambda = 4005$ Å, pour une température de 25° C. Tandis que l'échelle des temps reste la même pour toutes nos courbes, nous avons dû, pour la commodité de la représentation, faire subir à certains faisceaux de courbes une translation verticale (log KC).

La simple inspection de ces courbes montre combien, pour une concentration donnée en ions Fe^{+++}, la variation de l'absorption en fonction du temps est sous la dépendance de l'acidité du milieu : le vieillissement est d'autant plus rapide que la solution est moins acide.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence du* pH *des solutions acides sur l'évolution en fonction du temps de la fragilité de décapage de l'acier extradoux recuit.* Note (¹) de M. **Paul Bastien**, présentée par M. Léon Guillet.

La diminution de la capacité de déformation des aciers au cours du décapage, par diffusion d'ions hydrogène dans le métal, a été étudiée par divers expérimentateurs (Taussig, Bablik, Baukloh et Gehlen, Bardenheuer et ses collaborateurs, ...); par contre la variation après décapage de cette capacité de déformation dans des milieux de même nature que les solutions de décapage, semble avoir été laissée de côté malgré les analogies existant entre les deux phénomènes.

Nous avons vu (²) que l'augmentation dans le temps de la capacité de déformation de l'acier extradoux recuit, décapé, ou récupération, se faisait

(³) J. Cathala et J. Cluzel, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 401.

(¹) Séance du 3 janvier 1939.

(²) P. Bastien, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 105.

d'une façon rapide et totale, si la fragilité initiale aussitôt après décapage n'excédait pas une valeur critique. Il nous a paru intéressant d'étudier, dans le domaine des fragilités pour lesquelles les phénomènes sont réversibles en milieu aqueux, l'apparition et la disparition de la fragilité de décapage dans des solutions acides de concentrations variées.

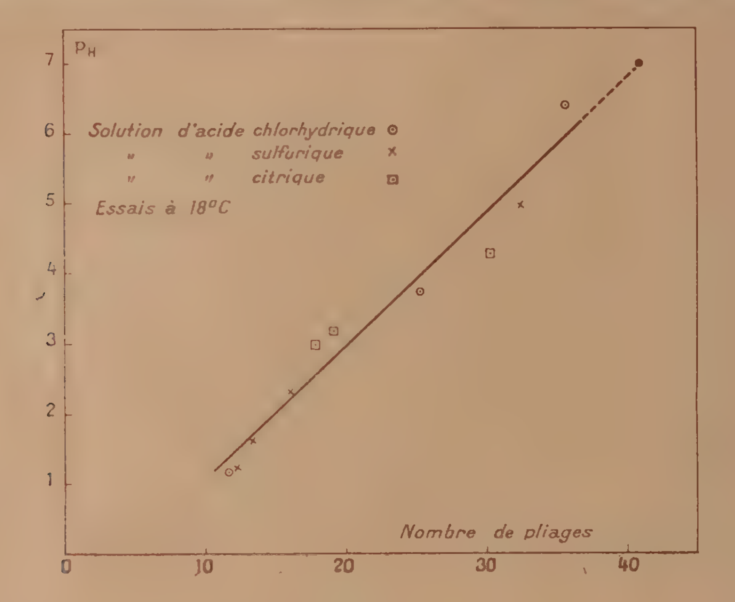
La valeur de la capacité de déformation, caractérisée comme précédemment par des essais de pliages alternés [2], fut déterminée après des décapages dans des solutions aqueuses des acides chlorhydrique, sulfurique et citrique, de concentrations allant de 0 à 10 pour 100 et pour des durées d'attaque de 0 à 48 heures. De même, la récupération de la capacité de déformation de fils, *préalablement décapés* pendant 30 minutes dans une solution d'acide chlorhydrique à 10 pour 100, fut suivie, en fonction du temps, dans des solutions aqueuses acides, identiques à celles ayant servi aux décapages définis précédemment et possédant une acidité vraie inférieure à celle de l'acide chlorhydrique à 10 pour 100. Dans chaque expérience, un volume de réactif considérable (7^l) par rapport au volume du fil immergé fut utilisé pour éviter les variations de concentration de la solution acide dans le temps. De même, les variations de composition de la solution au voisinage du fil soit par appauvrissement au cours de l'attaque, soit par diffusion des produits de réaction, furent réduites au minimum par agitation mécanique.

Dans ces conditions expérimentales simples, il a été constaté qu'à température constante (18°C.) et pour un acide et une concentration donnés, la capacité de déformation du fil, soumis au décapage, et celle du fil, préalablement décapé pendant 30 minutes dans l'acide chlorhydrique à 10 pour 100, tendent toutes deux vers la même limite, valeur d'autant plus basse que la concentration de la solution acide, dans laquelle se poursuit le décapage ou la récupération, est plus forte. Si l'on porte la valeur limite ainsi atteinte par la capacité de déformation du fil en fonction du pH de la solution acide correspondante déterminé colorimétriquement et précisé électriquement à l'aide d'un ionomètre différentiel à électrodes d'antimoine, on obtient une série de points alignés (voir la figure ci-après).

Ceci montre 1° l'importance du rôle de la concentration en ions hydrogène des solutions acides aqueuses sur l'évolution, *dans les deux sens*, de la fragilité de décapage; 2° le rôle primordial joué, dans le phénomène, par la couche d'ions hydrogène adsorbés par la surface du fil d'acier. Dans les conditions expérimentales simples adoptées par nous, on met en

évidence l'équilibre existant entre les concentrations en ions hydrogène dans la solution acide et dans la couche adsorbée par l'acier.

Cette relation simple n'est d'ailleurs vérifiée que dans la mesure où les produits de l'attaque du fer par la solution acide n'interviennent pas dans



le phénomène, par exemple en agissant sur la vitesse de recombinaison $H \rightarrow H^2$. Une perturbation de ce genre semble se produire notamment dans le cas des solutions aqueuses d'acide nitrique, dont nous poursuivons actuellement l'étude.

L'évolution de la fragilité de décapage étant conditionnée par les variations de concentration, en fonction du temps, des ions hydrogène dans la couche adsorbée, est par suite sous la dépendance de tous les facteurs influençant l'adsorption et notamment des impuretés existant dans le milieu où est plongé l'acier. C'est ainsi, par exemple, que 0,01 pour 100 en poids de sulfure Na^2S dans une solution d'acide chlorhydrique à 10 pour 100 accentue la fragilité de décapage ([3]) : la même teneur en sulfure Na^2S dans

([3]) Les nombres de pliages sont respectivement de 10 et de 13 après 30 minutes d'attaque, avec et sans addition de sulfure Na^2S.

l'eau ralentit considérablement la récupération dans ce milieu, après décapage ([4]).

Le rôle important des impuretés explique les divergences entre les résultats indiqués par les divers expérimentateurs, pour des décapages, en apparence identiques, dans une solution acide donnée.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Structure électronique de certains alliages cuivre-aluminium.* Note ([1]) de M. **Jules Farineau**, présentée par M. Charles Fabry.

On sait ([2]) que l'étude de la répartition de l'intensité émise dans les raies X des corps solides, dues aux électrons extérieurs des atomes, donne des précisions intéressantes sur la répartition de ces électrons en fonction de l'énergie. J'ai étudié, à l'aide d'un spectrographe dans le vide, à cristal courbé, la raie $K\beta_x$ due aux électrons extérieurs (de conductibilité) de l'aluminium et la raie L_α due aux électrons $3d$ et $4s$ (électrons de conductibilité) du cuivre, dans différents alliages cuivre-aluminium. Je vais exposer succinctement les résultats obtenus avec deux de ces alliages particulièrement intéressants.

1° *L'alliage à* 5,2 pour 100 *de cuivre* dans lequel Guinier ([3]) a montré que par vieillissement, le cuivre se rassemblait en petits plans. Le spectre de cet alliage, photographié à deux mois d'intervalle, ne montre pas de variation appréciable. Ceci montre qu'entre l'ordre et le désordre, il existe des différences d'énergie qui sont inférieures au pouvoir séparateur du spectrographe, c'est-à-dire à 1/10 d'électron-volt par atome environ. Ceci est tout à fait conforme aux estimations de Mott, qui indique que, pour le laiton β, la différence d'énergie entre l'ordre et le désordre est inférieure à 0,04 eV.

2° *L'alliage* Al^2Cu, qui est un des constituants fondamentaux de tous les alliages légers à base d'aluminium et de cuivre, a une structure cristalline

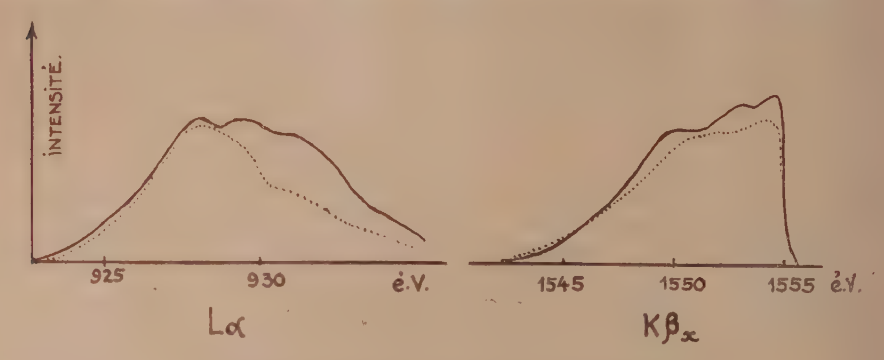
([4]) Pour un décapage préalable de 30 minutes dans de l'acide chlorhydrique 10 pour 100 et après 24 heures de récupération dans l'eau, avec ou sans addition de sulfure Na^2S, les nombres de pliages sont respectivement de 18 et de 36.

([1]) Séance du 9 janvier 1939.

([2]) Farineau, *Annales de Physique*, 10, 1938, p. 20.

([3]) *Nature*, 142, 1938, p. 569.

bien connue (4) : une maille tétragonale contenant 12 atomes. Les bandes L_α de Cu et $K\beta_x$ de Al de cet alliage sont représentées sur la figure 1.



Les courbes en pointillé sont celles des métaux purs.

On sait que l'interprétation des bandes des métaux purs (5) montre la réalité de l'existence des *zones de Brillouin*. J'ai cherché si la même interprétation n'était pas valable pour les différents maxima visibles sur la bande de l'aluminium, dans l'alliage. On trouve, en calculant les énergies dans l'hypothèse des électrons libres, hypothèse voisine de la réalité pour l'aluminium et le cuivre purs, que la bande des électrons de conductibilité de Al^2Cu doit se diviser en 3 zones principales, donnant des maxima à environ 6 eV, 8 eV et 10,5 eV du bord de grande longueur d'onde, ce qui est en concordance tout à fait satisfaisante avec le résultat expérimental.

La bande du cuivre qui présente des maxima à peu près aux mêmes distances, est plus délicate à interpréter par suite de la présence, du côté du bord des courtes longueurs d'onde, de satellites dus à des atomes ionisés. Il semble toutefois que les maxima qu'on observe, et qui sont différents de ceux de l'atome libre, correspondent à ceux de la bande $K\beta_x$. Les électrons de conductibilités qui tombent soit sur un ion cuivre, soit sur un ion aluminium en donnant les raies étudiées, semblent donc bien être répartis, à peu près comme des électrons libres, dans trois zones de Brillouin principales.

---

(4) MOTT, *Proc. Phys. Soc.*, 49, 1937, p. 258.

(5) *Handbuch der Metallphysik*, 1, 1935, p. 48.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les amalgames de nickel.* Note (¹) de MM. **Joseph Bougault**, **Eugène Cattelain** et **Pierre Chabrier**, présentée par M. Auguste Béhal.

Le nickel, même pulvérisé, ne se combine pas avec le mercure, quel que soit le temps de contact et malgré l'agitation.

La préparation d'amalgames de nickel est néanmoins possible, mais par voie indirecte :

1° Böttger (²) et Casamajor (³) font réagir l'amalgame de sodium avec une solution concentrée de chlorure nickeleux, Bellucci et Corelli (⁴) avec une solution de cyanure de nickel et de potassium en atmosphère d'hydrogène; Schumann (⁵), Damour (⁶) et Moissan (⁷) remplacent l'amalgame de sodium par l'amalgame de zinc.

2° Ramsay (⁸) effectue l'électrolyse d'une solution de chlorure nickeleux avec une cathode de mercure.

3° Enfin, comme l'a signalé récemment Aubry (⁹), le nickel de Raney s'amalgame directement, ainsi que le nickel hydrogéné cathodiquement.

Or tous ces procédés ont un point commun et curieux *la présence constante d'hydrogène naissant.*

Nous avons donc recherché si l'hydrogène provenant d'une autre source pouvait, également, provoquer la combinaison du mercure et du nickel. L'expérience nous a montré qu'il suffisait d'attaquer le nickel par un acide fort (chlorhydrique ou sulfurique dilué) en présence de mercure pour conférer au métal la propriété de s'amalgamer par agitation ; une très petite quantité d'acide suffit.

Quand on effectue cette opération, on voit le nickel disparaître progressivement; la masse devient homogène et il se forme un amalgame dont la

---

(¹) Séance du 3 janvier 1939.

(²) *J. prakt. Ch.*, **1**, 1834, p. 307, et **12**, 1837, p. 350.

(³) *Chem. News*, **34**, 1876, p. 36.

(⁴) *Atti Acad. Lincei*, 5ᵉ série, **22**, 1913, p. 603.

(⁵) *Ann. d. Physik u. Chem.*, **43**, 1891, p. 111.

(⁶) *Ann. Mines*, 3ᵉ série, **15**, 1839, p. 47.

(⁷) *Comptes rendus*, **88**, 1879, p. 180; *Ann. Chim. Phys.*, 5ᵉ série, **21**, 1880, p. 199. et *Bull. Soc. Chim.*, 2ᵉ série, **31**, 1879, p. 50 et 149.

(⁸) *Chem. Soc.*, **55**, 1889, p. 532.

(⁹) *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, **4**, 1937, p. 1974.

consistance est plus ou moins grande suivant la proportion de nickel. Après disparition du nickel, la solution saline est décantée et l'amalgame, lavé avec soin, est conservé sous l'eau.

L'hydrogène semble jouer, dans l'amalgamation du nickel, le rôle de catalyseur; mais, pour provoquer la réaction, il doit se présenter sous certains états déterminés. C'est ainsi que l'hydrogène naissant dégagé, soit par le nickel de Raney, soit par le calcium, le sodium, ou l'amalgame de sodium, ne provoque pas la réaction.

Les amalgames de nickel sont blanc brillant quand ils viennent d'être préparés ou lorsqu'ils sont conservés sous l'eau, mais ils s'oxydent lentement au contact de l'air; cette attaque est très rapide au contact de l'eau oxygénée, dont ils provoquent la décomposition tumultueuse.

Les amalgames sont tous attirables par l'aimant à la façon du fer magnétique.

Les amalgames préparés en milieu fortement acide retiennent de l'hydrogène, qui disparaît sous l'action du vide avec boursouflement de la masse.

Si l'on chauffe dans le vide un amalgame de nickel, et si l'on fait retomber sur le résidu le mercure distillé, celui-ci se recombine immédiatement en reformant l'amalgame primitif.

Le nickel séparé par distillation n'est pas pyrophorique (différence avec le nickel obtenu par distillation d'amalgames préparés avec du nickel de Raney).

Conclusions. — Il est possible de réaliser l'amalgamation du nickel en présence d'hydrogène naissant.

Le choix de la source d'hydrogène n'est pas indifférent.

Il s'agit d'une action catalytique inséparable d'un milieu réactionnel spécial.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons du nitrate de glucinium et des nitrates alcalins.* Note de M. **Robert Chauvenet**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai exposé ([1]) mes recherches sur les combinaisons en solution concentrée entre le nitrate de zinc et les nitrates alcalins; dans la présente Note,

([1]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1216.

j'indique les résultats obtenus dans les mêmes conditions entre le nitrate de glucinium et les nitrates alcalins, y compris celui d'ammonium. J'ai utilisé la même méthode, soit la chaleur de mélange (G. Urbain, Chauvenet et Job, *Société de Chimie Physique*, 11 juin 1913) exprimée en petites calories pour les quantités de l'expérience, les écarts entre les densités trouvées et calculées (d_t-d_c) et les écarts entre les indices de réfraction trouvés et calculés (n_t-n_c).

J'ai consigné les résultats de mes mesures dans les tableaux qui suivent.

Solution.	Chaleur spécifique.	Densité à 15°.	Indice de réfraction à 14°.
$(NO^3)^2Gl$ (sol. 2N).........	0,796	1,166	1,3731
$(NO^3)^2Gl$ (sol. 0,53N).......	1,095	1,081	1,3417
$(NO^3)^2Gl$ (sol. 1,35N)......	1,380	1,116	1,3591
NO^3Li (sol. 2N)...........	0,785	1,201	1,3790
NO^3Na (sol. 2N)...........	0,859	1,108	1,3510
NO^3K (sol. 2N)............	0,790	1,121	1,3513
NO^3Cs (sol. 0,53N).........	0,939	1,120	1,3415
NO^3Rb (sol. 1,35N).........	0,859	1,128	1,3465
NO^3NH^4 (sol. 2N)..........	1,475	1,366	1,3530

Mélange en volumes.		*Système* $(NO^3)^2Gl$-NO^3K. Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.	*Système* $(NO^3)^2Gl$-NO^3Na. Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.
cm³	cm³						
30	10......	33,42	0,004	—0,0016	18,16	0,004	—0,0004
28	12......	—	—	—	19,76	0,004	—0,0001
25	15......	44,09	0,005	—0,0018	23,76	0,006	—0,0002
24	16......	—	—	—	20,99	0,003	—0,0001
22,5	17,5.....	47,74	0,007	—0,0005	23,74	0,001	0
20	20......	48,01	0,010	0	21,56	0,001	—0,0005
17,5	22,5.....	46,62	0,009	—0,0006	22,28	0,003	—0,0005
15	25......	43,19	0,006	—0,0004	18,28	0,002	—0,0004
12,5	27,5.....	40,04	0,005	—0,0009	—	—	—

Les courbes présentent un maximum pour le premier système, $(NO^3)^2Gl$-NO^3K; pour le second, trois maxima $3(NO^3)^2Gl$-NO^3Na, $9(NO^3)^2Gl$-$7NO^3Na$ et $7(NO^3)^2Gl$-$9NO^3Na$.

Système $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3NH^4$.				*Système* $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Li$.		
Mélange en volumes.	Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.	Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.
30^cm^ 10^cm^......	32,51	−0,1076	−0,0014	0,78	+0,0531	+0,0056
25 15......	44,31	−0,1365	−0,0020	0,97	+0,0467	+0,0022
22,5 17,55...	44,43	−0,1243	−0,0016	–	–	–
20 20......	50,69	−0,1411	−0,0002	1,96	+0,0439	+0,0027
17,5 22,5....	54,80	−0,1353	+0,0037	–	–	–
17 23......	–	–	–	1,97	+0,056	+0,0064
16 24......	77,99	−0,1557	+0,0032	–	–	–
15 25......	74,82	−0,1652	+0,0008	–	–	–
13 27......	72,37	−0,1777	+0,0010	–	–	–

Les courbes présentent pour le premier un maximum pour le mélange $2(NO^3)^2Gl\text{-}3NO^3NH^4$; pour le système Gl-Li les dégagements de chaleur sont trop faibles pour que je puisse affirmer qu'il y ait réaction entre les deux sels; cependant les écarts des densités sembleraient indiquer un maximum pour le mélange $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Li$, il en est de même pour les écarts des indices de réfraction, il est possible que cette combinaison existe.

Système $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Cs$.				*Système* $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Rb$.		
Mélange en volumes.	Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.	Effet thermique.	d_t-d_c.	n_t-n_c.
30 cm³ 10 cm³......	2,91	+0,0164	+0,0025	25,25	−0,0003	−0,0003
25 15......	3,86	−0,0571	−0,0004	29,57	+0,0005	−0,0001
22,5 17,5....	2,88	−0,0599	+0,0002	30,88	+0,0002	−0,0002
20 20......	7,64	−0,0166	+0,0032	31,30	−0,0001	−0,0002
17,5 22,5....	5,68	–	+0,0037	27,18	−0,0006	−0,0009
15 25......	3,70	–	+0,0027	25,58	−0,0064	−0,0010

Les courbes présentent pour le système Gl-Cs deux maxima correspondant aux mélanges $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Cs$ et $5(NO^3)^2Gl\text{-}3NO^3Cs$. Pour le système Gl-Rb les courbes présentent un maximum correspondant au mélange $(NO^3)^2Gl\text{-}NO^3Rb$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des acides ferricyanhydrique, cobalticyanhydrique et chromicyanhydrique.* Note de M[lle] **Jeanne Brigando**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons montré ([1]) que la basicité de trois hydroxydes complexes du type hexamine est la même, quelle que soit la base entrant dans leur constitution. Mais cette basicité peut dépendre de la nature du métal qui forme l'ion complexe; il en est de même de la force des acides complexes.

Laissant provisoirement de côté la question des bases, nous avons étudié comparativement les acides ferri-, cobalti- et chromicyanhydriques. Les courbes de titrage de ces trois acides ont été déterminées par

1° la méthode potentiométrique, en utilisant l'électrode de verre;

2° la conductivité électrique.

D'autre part les spectres d'absorption ultraviolets de ces différents acides, au cours de leur neutralisation, ont été comparés entre eux.

Pour tous ces essais, il a été employé des solutions M/100 d'acide complexe et des solutions normales de soude et d'acide chlorhydrique.

Les acides cobalticyanhydrique et ferricyanhydrique ont été obtenus par des procédés connus.

L'instabilité de l'acide chromicyanhydrique ne permet pas de l'isoler pour en faire l'étude en solution aqueuse, aussi sommes-nous parti de son sel de potassium. Afin d'éviter l'altération du produit, le pH était déterminé au fur et à mesure de l'addition respective d'acide ou de soude à deux volumes de la solution de chromicyanure de potassium maintenue à 0°. La partie de la courbe allant du pH 7 au pH 2 est exprimée en fonction du nombre de centimètres cubes d'acide et l'autre partie en fonction de la quantité de soude ajoutée.

Les courbes de titrage montrent que les trois acides complexes sont des acides également forts, dont les solutions M/100 sont toutes trois comparables à une solution d'acide chlorhydrique 3 M/100. Les trois fonctions acides de chacun d'entre eux ont donc sensiblement la même force.

Il a été possible de mettre en évidence l'instabilité de l'acide chromicyanhydrique, au moyen de deux essais comparatifs portant sur 100^{cm^3} d'une solution M/100 de chromicyanure de potassium refroidie à 0° et

---

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1467.

acidifiée par 4^{cm^3} d'acide chlorhydrique normal, ce qui représente un excès de 1^{cm^3} sur la quantité nécessaire à la neutralisation. Ces deux solutions maintenues à 0°, étaient titrées, l'une immédiatement, l'autre après 1 heure. Les deux courbes résultantes sont fort différentes : la première est presque identique à celle de l'acide chromicyanhydrique; la seconde, au contraire, est celle d'une solution fortement tamponnée, elle met nettement en évidence l'altération de l'acide chromicyanhydrique.

Le titrage par conductivité électrique donne les mêmes résultats que la méthode potentiométrique. Les courbes obtenues sont des courbes d'acides forts, dont le point singulier correspond à la neutralisation des trois acidités.

Les spectres d'absorption de ces acides ont été déterminés suivant le mode opératoire mentionné dans un précédent travail [1]. Ils présentent les bandes caractéristiques de chacun des corps. Avec les acides ferri- et cobalticyanhydriques, on n'observe pas de modification sensible de l'absorption au cours du titrage. Il n'en est pas de même pour l'acide chromicyanhydrique. Pour ce dernier, étudié aux environs de 0°, il se produit après l'addition de 1^{cm^3} d'acide chlorhydrique normal à 100^{cm^3} de la solution M/100 du sel de potassium, une diminution de l'absorption pour la région correspondant à la bande dont le maximum est situé vers 3750 Å. L'absorption reste ensuite assez constante au cours du titrage.

L'ensemble des résultats expérimentaux permet de formuler les conclusions suivantes :

1° Les acides cobalti-, ferri- et chromicyanhydriques sont des acides forts; leur acidité ne dépend pas de la nature du métal.

En rapprochant ce résultat de celui fourni par les bases complexes [1], il apparaît que la force des bases ou des acides complexes étudiés ne dépend pas des constituants de l'ion complexe considérés indépendamment les uns des autres. Les corps formés sont des bases fortes ou des acides forts ayant respectivement pour chacune de leur fonction, acide ou basique, la même constante de dissociation.

2° On ne peut établir aucune relation entre la force d'un acide et sa stabilité. Ainsi l'acide chromicyanhydrique très instable est un acide fort, comme les acides cobalti- et ferricyanhydriques, beaucoup plus stables. Le même résultat est donné par l'étude des bases complexes; les trois bases précédemment étudiées sont de même force, on sait pourtant qu'elles n'ont pas la même stabilité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la fusibilité des mélanges de sulfure et de sulfate de sodium purs anhydres.* Note (1) de M. GASTON COURTOIS, présentée par M. Paul Lebeau.

Quelques indications se rapportant à l'analyse thermique de divers mélanges de sulfate de sodium industriel et de sulfure préparé à partir de ce dernier ont été données par Ley (2).

Le sulfure de sodium anhydre pur, dont nous avons antérieurement décrit la préparation (3), nous a permis de réaliser des mélanges bien définis de ce composé avec le sulfate de sodium également pur, et de faire une étude du système SNa^2-SO^4Na^2 à partir de produits purs.

Ces essais présentent de grandes difficultés en raison de la facilité avec laquelle tous les récipients sont attaqués par un tel mélange et de l'impossibilité d'utiliser le charbon dont l'action réductrice aurait profondément modifié nos résultats. Nous avons dû finalement employer une nacelle de porcelaine, sciée à l'une de ses extrémités et doublée d'une lame d'or de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur.

Pour faire une détermination, on place la nacelle contenant le mélange connu (1^g environ), et comprimé en une pastille cylindrique de 1^{cm} de haut et reposant sur sa base à la façon d'une montre Séger, dans un tube de porcelaine très réfractaire, chauffé dans un four électrique horizontal. Ce tube est fermé à l'une de ses extrémités par une plaque de verre transparent et, à l'autre, par un capuchon laissant, d'une part, passer un couple thermoélectrique, dont la soudure est située au voisinage de la pastille, et en relation, d'autre part, avec un tube rempli de P^2O^5 communiquant lui-même avec une trompe à mercure. Les traces d'eau fixée par la masse, au cours des manipulations, étant éliminées par une chauffe préalable, suffisamment prolongée vers 250°, d'abord dans un courant rapide d'hydrogène sec, puis dans le vide phosphorique, on élève très lentement la température et l'on note le moment où la pastille s'affaisse complètement par fusion. Après refroidissement, on vérifie la composition du produit fondu homogène.

L'ensemble nacelle-lame d'or et pastille conserve son poids initial, sauf

(1) Séance du 27 décembre 1938.

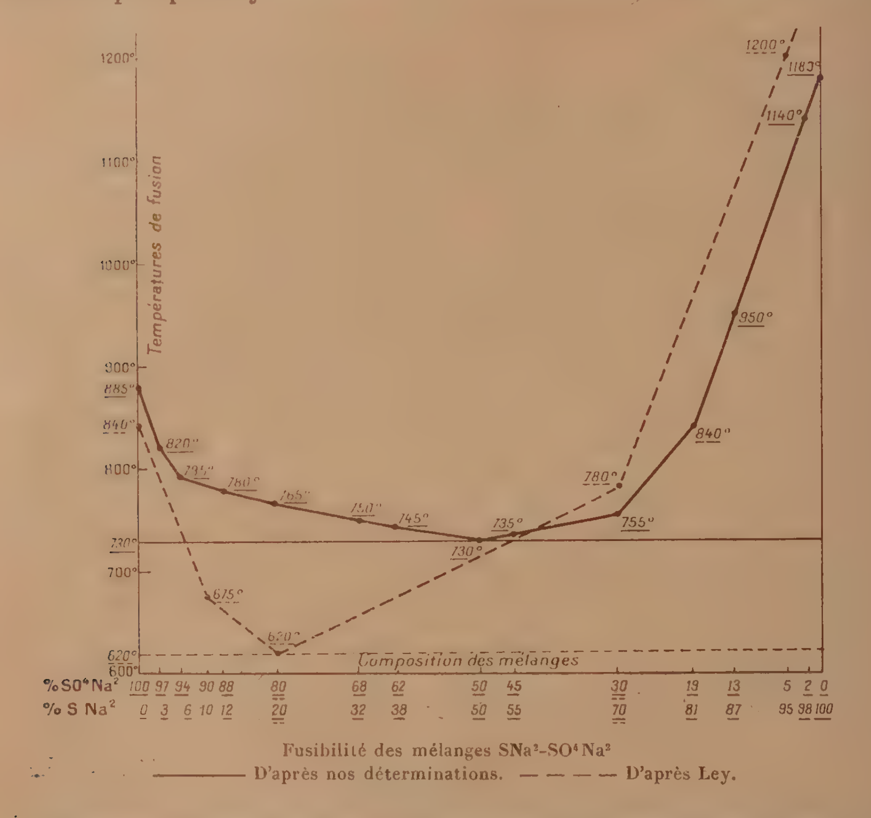
(2) *Chem. Zeit.*, 58, 1934, p. 859.

(3) G. COURTOIS, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1220.

dans les essais effectués au-dessus de 800°, où se produit la volatilisation d'une petite quantité de sulfure de sodium. Il y a cependant attaque de la lame d'or, mais celle-ci, n'intervenant qu'après la fusion du mélange et se limitant à une simple solution du métal dans la masse, n'apporte aucune cause d'erreur dans nos déterminations.

Dans le cas du sulfure de sodium, on se sert d'une nacelle de graphite préalablement calcinée à 1200° dans le vide.

Les courbes ci-dessous représentent nos résultats et, comparativement, ceux indiqués par Ley.



Fusibilité des mélanges SNa^2-SO^4Na^2

——— D'après nos déterminations. — — — — D'après Ley.

D'après nos déterminations, les mélanges les plus fusibles (730 à 750°) sont ceux qui renferment de 30 à 70 pour 100 de SNa^2 alors que, d'après Ley, les points de fusion les plus bas sont voisins de 620° et correspondent à des mélanges titrant 20 pour 100 de sulfure.

On doit admettre, toutefois, que les points de solidification com-

mençante des mélanges étudiés peuvent être, pour certains d'entre eux, supérieurs au point d'affaissement et, en raison de la difficulté d'appliquer ici les procédés classiques d'analyse thermique, il y a lieu de considérer la courbe tracée plus haut comme représentant seulement de façon approchée la fusibilité du système $SNa^2\text{-}SO^4Na^2$. Il semble bien, néanmoins, qu'il s'agisse d'un système binaire avec eutectique fusible vers 730°, eutectique dont la composition correspondrait sensiblement à poids égaux des deux sels.

CHIMIE MINÉRALE — *Sur l'hydroxyapatite de magnésium.* Note [1] de M. **André-Adrien Sanfourche**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Quand on cherche à préparer le phosphate trimagnésien par double décomposition entre un phosphate alcalin et un sel de magnésium, on constate qu'il se forme facilement des phosphates basiques; nous avons recherché si, parmi eux, il en existe de définis, et particulièrement s'il est possible d'obtenir l'hydroxyapatite de magnésium, par analogie avec le même composé du calcium, connu depuis longtemps, et ceux du strontium et du lithium, dont nous avons démontré l'existence [2].

Pour préparer ceux-ci, on traite l'acide phosphorique par un excès de solution aqueuse de l'hydroxyde; dans le cas du magnésium, l'hydroxyde n'ayant qu'une solubilité presque nulle, il a été nécessaire d'user d'un artifice, en dissolvant la magnésie dans une solution concentrée de chlorure de magnésium. Nous avons utilisé une solution à $4^g,85$ MgO par litre.

1. La réaction supposée étant

$$6\,PO^4Na^3 + 9\,Cl^2Mg + MgO \rightarrow 3\,(PO^4)^2Mg^3, MgO + 18\,ClNa,$$

si l'on n'emploie que la proportion exacte de solution de magnésie qu'elle indique, le précipité, quoique plus basique que le phosphate neutre, n'atteint pas la composition de l'hydroxyapatite. En doublant la quantité de solution magnésienne, le précipité, partiellement cristallin au moment de sa formation, le devient entièrement au bout de quelques heures. Après

---

(1) Séance du 9 janvier 1939.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1820; *Bull. Soc. Chim.*, 53, 1933, p. 957; 5, 1938, p. 1669.

qu'il a été lavé et séché à froid, il est analysé en dosant l'acide phosphorique par le phospho-molybdate, le magnésium à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien ; sa composition est sensiblement celle d'une hydroxyapatite à 23 molécules d'eau :

	I.	II.	Théorie pour $3(PO^4)^2Mg^3, Mg(OH)^2, 23H^2O$.
PO^4	44,85 pour 100	45,25	45,19
Mg	19,67	19,58	19,27
H^2O	34,10	33,85	34,27

2. Si les solutions réagissantes sont préalablement chauffées à 80°, le précipité reste plus longtemps amorphe que celui formé à froid, mais après 2 jours il est devenu entièrement cristallin ; lavé et séché, il a la composition de l'hydroxyapatite à 15 molécules d'eau :

		Théorie pour $3(PO^4)^2Mg^3, Mg(OH)^2, 15H^2O$.
PO^4	50,25 pour 100	51,0
Mg	21,33	21,85
H^2O	26,0	25,80

3. Nous avons essayé d'appliquer à cette préparation un mode opératoire analogue à celui utilisé par Klement ([3]) pour celle de l'hydroxyapatite de plomb. Un échantillon de phosphate neutre de magnésium finement pulvérisé est soumis à l'action d'un excès de soude 0,01 *n* à l'ébullition. En moins de 10 heures, la composition de l'hydroxyapatite est atteinte, et elle ne se modifie plus si l'on continue l'ébullition, bien que l'alcali soit encore en excès dans la solution. Après séchage à la température ordinaire jusqu'à poids constant, sa teneur en eau est de 25,4 pour 100.

4. Nous avons recherché si le phosphate neutre de magnésium subit une hydrolyse par le contact prolongé de l'eau, ainsi qu'il arrive à celui de calcium. Pour cela du phosphate de composition exacte $(PO^4)^2Mg^3$, $16H^2O$ est mis en suspension dans l'eau en ébullition à l'abri de l'acide carbonique. Après 10 heures il n'a pas changé de composition.

Propriétés. — Les hydroxyapatites 1 et 2 sont cristallisées en amas prismatiques, tandis que le produit 3 apparaît amorphe au microscope ; le produit 1 a pour densité à 20° 2,092.

L'hydroxyapatite de magnésium est décomposée par l'eau, qui dissout proportionnellement plus de magnésie que de phosphate neutre : après contact de 5 jours, dont 50 heures d'agitation, de 1^g dans un litre d'eau

---

([3]) *Z. anorg. Chem.*, 237, 1938, p. 161.

distillée froide, la composition du résidu se rapproche du phosphate neutre et l'atteint rapidement si l'on renouvelle l'eau dans laquelle il baigne. A la température de l'ébullition, les choses se passent de même en quelques heures. L'action de l'eau sur les phosphates magnésiens est donc inverse de celle qu'elle exerce sur les phosphates calciques, qui sont hydrolysés jusqu'à l'hydroxyapatite comme terme final.

La propriété la plus intéressante de l'hydroxyapatite de magnésium est le processus de sa déshydratation sous l'action de la chaleur; par chauffage à 100° jusqu'à poids constant, le produit 1 atteint la composition $3(PO^4)^2Mg^3$, $Mg(OH)^2$, 13,5 H^2O, le produit 2, $3(PO^4)^2Mg^3$, $Mg(OH)^2$, 11 H^2O. Si l'on poursuit le chauffage à des températures régulièrement croissantes, la déshydratation progresse sans manifester aucune singularité jusqu'à 500°, où il reste une proportion d'eau fixe correspondant sensiblement à la composition $3(PO^4)^2Mg^3$, $Mg(OH)^2$, H^2O pour le produit 1, et $3(PO^4)^2Mg^3$, $Mg(OH)^2$ pour le produit 2; le produit 2, placé ensuite sous cloche humide, est capable de réabsorber une molécule d'eau. Mais, si l'on continue à élever la température, vers le rouge naissant il se produit un brusque dégagement de chaleur se manifestant par une vive incandescence, après laquelle l'eau a presque complètement disparu; il n'en reste que des traces qui sont chassées par calcination prolongée à 900°, laissant de l'oxyapatite $3(PO^4)^2Mg^3$, MgO, incapable de se réhydrater en atmosphère humide.

L'énergie avec laquelle sont retenues ces dernières molécules d'eau est particulière à l'hydroxyapatite et peut servir à la caractériser comme composé défini, car l'hydroxyde $Mg(OH)^2$ est transformé en oxyde au-dessous de 200°, et le phosphate neutre devient anhydre entre 450° et 500°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des dérivés halogénés sur les magnésiens.* Note [1] de MM. **Gustave Vavon**, **Jean Calin** et **Jean Fouchier**, transmise par M. Robert Lespieau.

On sait que dans certains cas les halogénures organiques peuvent agir sur les magnésiens pour donner le carbure résultant de la soudure des deux radicaux.

Ayant eu à effectuer de telles synthèses nous avons suivi, sur des couples

---

[1] Séance du 9 janvier 1939.

variés, la disparition du magnésien en fonction du temps. Bien que la réaction soit parfois complexe on peut néanmoins espérer obtenir ainsi des renseignements utiles sur le choix des réactifs à employer, en vue de la synthèse d'un carbure déterminé.

Parmi les nombreux essais effectués, nous donnons ici ceux qui ont été faits, d'une part sur le magnésien du bromure d'éthyle opposé à différents halogénures, d'autre part sur le bromure d'allyle opposé à différents magnésiens.

Le tableau ci-dessous donne les temps, en minutes, nécessaires à la disparition de 40 pour 100 du magnésien, chaque réactif étant employé molécule à molécule et à une concentration initiale voisine de N/10 dans l'oxyde de butyle. Le titrage est fait soit par l'acide sulfurique, soit par l'iode en excès suivant la méthode de Jolibois.

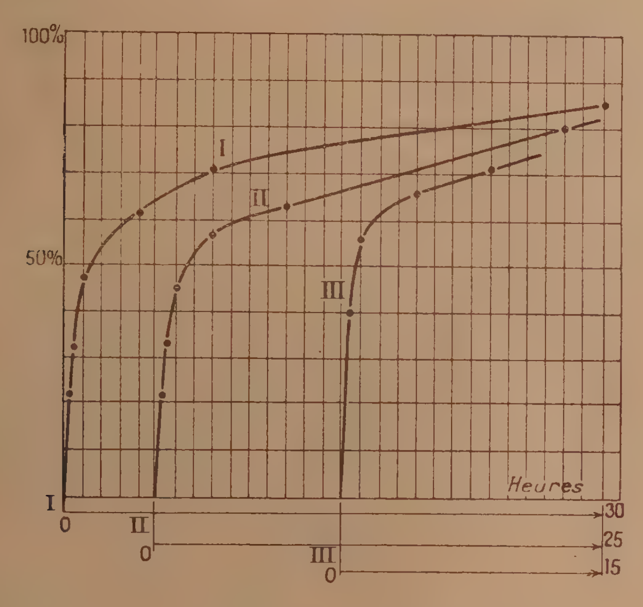
	Couples étudiés.		Température.	Temps.
(1)	C^2H^5MgBr	+ *n*–C^4H^9Br	65°	2000
(2)	»	+ *sec*–C^4H^9Br	»	90
(3)	»	+ *tert*–C^4H^9Br	»	30
(4)	»	+ $C^6H^5CH^2Cl$	65	50
			35	800
(5)	»	+ $C^6H^5CH^2Br$	35	45
(6)	»	+ $C^6H^5CH^2I$	»	20
(7)	»	+ p$CH^3OC^6H^4CH^2Br$	»	13
(8)	»	+ $CH^2=CH-CH^2Br$	»	50
(9)	*iso*–C^3H^7MgBr	+ »	»	5
(10)	*n*–C^4H^9MgBr	+ »	»	37
(11)	*n*–C^4H^9MgI	+ »	»	70
(12)	*n*–C^4H^9MgCl	+ »	»	170
(13)	*tert*–C^4H^9MgBr	+ »	»	5
(14)	C^6H^5MgBr	+ »	»	35

De l'ensemble des résultats obtenus on peut tirer les conclusions suivantes : la réaction est beaucoup plus lente pour les halogénures et les magnésiens primaires saturés que pour les secondaires et les tertiaires (cf. 1, 2, 3 et 9, 10, 13). La vitesse croît dans l'ordre $Cl < Br < I$ pour l'halogénure (cf. 4, 5, 6), tandis que l'influence de l'halogène est moins marquée pour les magnésiens, le bromure donnant ici la plus grande vitesse.

Une double liaison en α dans l'halogénure facilite beaucoup la réaction (cf. 1, 5, 8).

Un fait dans la cinétique de cette réaction nous a frappés : les courbes

magnésien-temps présentent souvent un changement d'allure; à une réaction rapide succède une réaction lente. C'est ce que montrent les exemples ci-dessous.



Couples I. *iso*-$C^3H^7MgBr + C^2H^5I$ à 65°;
II. $C^2H^5MgBr + C^6H^5-CH^2Br$ à 35°;
III. *iso*-$C^3H^7MgBr + C^6H^5.CH^2Cl$ à 35°.

Pour interpréter ce changement d'allure de la courbe on peut faire appel à l'échange fonctionnel

$$RMgX + R'X \rightarrow RX + R'MgX,$$

comme l'ont envisagé Prévost ([2]), puis Urion ([3]), le second couple pouvant évoluer plus lentement que le premier.

Des expériences faites en vue de contrôler cette interprétation nous permettent de conclure que la migration du magnésium d'un radical à l'autre paraît très générale.

Toutefois cette migration semble être due à un mécanisme autre que celui qui est envisagé ci-dessus.

([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 49, 1931, p. 1374.

([3]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1244.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur un nouveau mode de production de cristaux sur lesquels peuvent être effectuées des mesures physiques.* Note de M. **René Jouan**, présentée par M. Robert Lespieau.

De Watteville [1] avait réussi à obtenir, pour diverses substances minérales, des cristaux ayant la transparence et l'éclat des pierres précieuses taillées. Pour cela, il suspendait un germe cristallin à un cheveu, dans une solution légèrement sursaturée, maintenue à une température constante, et il faisait tourner le cristal, autour de l'axe constitué par le cheveu, pendant toute la durée de sa formation.

J'ai repris une série d'expériences analogues, aux environs de 30°, en faisant varier régulièrement, d'une part la sursaturation des solutions utilisées, d'autre part la vitesse de rotation du cristal (entre 11 et 300 tours-minute). Je partais d'une solution légèrement sursaturée, dont j'abaissais ensuite lentement la température (1/10° par jour), à mesure qu'elle s'appauvrissait en sel. Avec l'hyposulfite de sodium, et mieux encore avec l'alun, j'ai pu produire, en des temps allant de 4 à 7 jours, des cristaux, de 1g à 3g, parfaitement limpides et ayant des faces parfaitement planes. J'ai constaté que le cristal n'est bien transparent que s'il se forme dans une solution très peu sursaturée; mais dans ce cas, avec aucune des vitesses de rotation utilisées, je n'ai pu obtenir de cristal ayant une forme simple et régulière. Pour l'alun, par exemple, j'ai toujours trouvé la présence simultanée au moins des faces du cube et de celles de l'octaèdre; et les translations subies par ces faces donnaient alors au cristal l'aspect d'un polyèdre convexe quelconque. Un tel cristal se prête néanmoins très bien à des mesures optiques. Mais la présence du cheveu de suspension, surtout à cause du nœud central, constitue une discontinuité de l'édifice cristallin qui peut être très gênante pour des mesures mécaniques à effectuer sur le cristal.

C'est pourquoi j'ai cherché à supprimer cet inconvénient en posant le cristal au lieu de le suspendre. Pour assurer une croissance régulière des différentes faces, j'ai placé le germe initial à l'intérieur de la solution sur un tamis de soie artificielle monté sur un cadre de verre. Un excentrique entraîné par un moteur communique au cadre, par l'intermédiaire de

(1) *Comptes rendus*, **124**, 1897, p. 400.

quatre fils de suspension, un mouvement continuel d'oscillation (environ une oscillation en quatre secondes). Le tamis forme un petit sac dont toutes les parois deviennent, au cours de chaque oscillation, alternativement lâches, puis tendues verticalement par l'effet d'un contrepoids de verre, rempli de mercure, qui coulisse sur un fil très fin. Dans ces conditions, bien que les mailles du tamis soient assez grandes pour permettre à la solution de les traverser librement, le cristal ne risque pas de s'accrocher, et roule sans arrêt sur la surface de soie. J'ai réussi de cette manière à faire grossir un germe dans les mêmes conditions de température de sursaturation et de durée que dans le premier procédé. Les cristaux ainsi obtenus sont encore transparents, mais un peu moins limpides que les premiers. Par contre, le germe initial disparaît totalement dans la masse cristalline, qui ne présente plus aucune discontinuité. D'autre part il est remarquable que tous les cristaux fabriqués par cette méthode aient exactement la forme d'un octaèdre régulier. Je crois qu'il est possible, en agissant méthodiquement sur la sursaturation initiale de la solution et la cadence d'oscillation du tamis, d'améliorer la limpidité du cristal, tout en lui conservant sa forme extérieure régulière.

LITHOLOGIE. — *Remarques sur l'origine de la tourmaline dans les roches sédimentaires.* Note de M. **Léopold Berthois**, présentée par M. Lucien Cayeux.

La tourmaline est fréquente dans le résidu lourd des roches sédimentaires [1] en grains jaunes ou bruns, plus ou moins roulés, dont l'origine détritique est universellement admise.

Il existe une autre manière d'être de ce minéral, moins fréquemment observée, mais qui a retenu l'attention de nombreux lithologistes : c'est la tourmaline ferromagnésienne, plus sodique que lithique, en cristaux verdâtres, prismatiques coiffés de la pyramide hémimorphe.

Cet habitus du borosilicate d'alumine a été signalé depuis longtemps dans les roches sédimentaires par M. A. Lacroix [2], dans les sédiments crétacés du bassin de la Seine; M. L. Cayeux [3], qui a longuement étudié ce minéral, l'a fréquemment mentionné dans ses travaux.

---

(1) L. Cayeux, *Mém. Carte Géol. France*, Paris, 1916, p. 285.

(2) *Minéralogie de la France et de ses Colonies*, Paris, 1893, I, p. 110.

(3) *Bull. Serv. Carte Géol. France*, N° **150**, **26**, 1922-1923, 113 p., 5 pl. h. t.

M. Deverin (4) a reconnu, dans les roches crétacées des Alpes-Maritimes, de petits prismes de tourmaline terminés par des pointements dont les teintes sont variables : vert lavé, vert cru, vert bouteille, aigue-marine etc., leurs dimensions varient de 50 à 110 suivant l'axe, et de 10 à 60 transversalement. Ils ne portent aucune trace d'usure, mais sont accompagnés de minéraux roulés : quartz, zircon, rutile, etc.

M. Deverin pense que ces petits prismes de tourmaline sont néogènes.

Dans un autre travail (5) cet auteur a précisé *que la genèse* in situ *était attestée par le fait que l'abondance de la tourmaline était indépendante de la fréquence et de l'état de conservation des minéraux détritiques concomitants, y compris les tourmalines allothigènes*, mais plus tard (6) il souligna cependant que *la preuve de la formation* in situ *est fournie principalement par l'absence de stigmates qui dénoncent le minerai détritique*.

Les recherches effectuées par Wichmann (7), puis par Goldschmitt et Cl. Peters (7), sur la dispersion du bore dans l'écorce terrestre, ont fourni des arguments à l'auteur de la théorie de la néoformation de la tourmaline.

M. Deverin a établi un rapprochement entre les feldspaths dont la formation *in situ* a été démontrée par M. Cayeux (8) et la tourmaline prismatique. Enfin, dans un récent travail (9), il admet que la formation de la tourmaline authigène est due à un métamorphisme précoce qui ne serait que le début de l'évolution qui amène un sédiment à l'état de schiste cristallin.

J'ai observé, parmi les minéraux lourds des sables de la Méditerranée dragués en 1922-1923 par le *Pourquoi-Pas?*, des prismes de tourmaline ferromagnésienne sans trace d'usure. Leur dichroïsme est net, dans les tons suivants :

n_g = vert	brun vert	vert brunâtre	vert foncé	vert bleuâtre
n_p = vert très clair	vert clair	brun clair	jaune clair	vert très clair

Leurs dimensions varient de 191^{μ} à 25^{μ} longitudinalement et de 77^{μ} à 9^{μ} transversalement.

(4) *Act. Soc. Hel. Sc. Nat. Aarau*, **2**, 1925, p. 138.
(5) *Act. Soc. Hel. Sc. Nat. Zurich*, **2**, 1934, p. 327-328.
(6) *J. für Miner. Geol. Paläon.*, **2**, 1880, p. 294-297.
(7) *Ges. Wiss. Göt. Math. Phys.*, **2**, 1932, p. 402-564.
(8) *Comptes rendus*, **120**, 1895, p. 1068.
(9) *Bul. Soc. Vaud. Sc. Nat.*, Lausanne, **59**, n° **239**, 1936, p. 41-44.

Ils sont accompagnés de nombreux minéraux roulés ou brisés, zircon, grenat, staurotide, épidote, amphibole, augite, andalousite.

La tourmaline en cristaux idiomorphes a été rencontrée dans quatre stations. Celles portant les n°s 301, 302, 303 [10] sont situées près de la côte espagnole (région de Carthagène à Almeria), à proximité des massifs de roches éruptives qui ont vraisemblablement fourni la majeure partie des minéraux lourds du sédiment; mais la station 310 est voisine d'Ibiza (les profondeurs de ces stations varient de 60^m à 120^m).

On peut déduire de ces observations que des prismes de tourmaline de petite taille peuvent supporter un transport d'une certaine importance, mis en évidence par les profondeurs des stations, sans porter de stigmate d'usure.

La relation établie entre la tourmaline dite authigène et le feldspath de néoformation ne me semble pas devoir être considérée comme aussi étroite que le pense M. Deverin, car il existe, entre les deux minéraux, une différence essentielle : les feldspaths néogènes n'ont pas la même forme que ceux des roches éruptives, tandis que la tourmaline possède toujours le même habitus, qu'elle soit extraite d'une arène de roche éruptive ou d'une roche sédimentaire.

Conclusion. — La présence dans une roche sédimentaire de tourmaline ferromagnésienne en petits cristaux prismatiques terminés par la pyramide hémimorphe, dénués de trace d'usure, ne me paraît pas être un critérium suffisant pour démontrer son origine *in situ* et indiquer l'existence d'un métamorphisme précoce.

GÉOLOGIE. — *Sur le Crétacé du Maroc oriental.*

Note de M. **Georges Choubert**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Crétacé des Hauts-Plateaux et de l'Atlas oriental est constitué par les huit termes suivants :

1° *Conglomérats et grès rouges* infracénomaniens (jusqu'à 180^m). Connus seulement dans la région atlasique, ils reposent en discordance sur le Jurassique supérieur gréso-marneux rouge [1]. Les couches inférieures des conglomérats renferment des galets de

---

[10] La situation géographique des stations a été donnée par L. Dangeard, *An. Inst. Océan.*, 6, 1, 1928, p. 293, 27 fig., 8 pl., 18 cartes.

[1] *Comptes rendus*, 206, 1937, p. 197.

Jurassique, de Lias et même de quartzites primaires (Meridja Fougania). Ces conglomérats de base sont remplacés au Sud du Mechkakour et à Meridja Tahtania par des calcaires lacustres.

2° *Marnes roses et vertes à gypse* (150 à 200^{m}). Stériles dans le Maroc oriental, elles renferment près de Taouz des écailles de Ganoïdes et des dents du *Ceratodus africanus* qui est connu dans le Cénomanien inférieur du Sahara. Les marnes sont coupées de plusieurs intercalations de calcaires jaunes d'une constance frappante.

3° *Calcaires blancs à silex* du Cénomano-Turonien (70 à 150^{m}) se divisant en trois horizons. Ces calcaires, très résistants à l'érosion, donnent des corniches caractéristiques. La base comporte, en outre des Huîtres africaines classiques, des Échinides [*Tetragramma marticense, Heterodiadema lybicum, Gentilia Chouberti*, etc. (²)], des Rudistes (*Eoradiolites lyratus, Sauvagesia Nicaisei, Preradiolites Biskarensis*, etc.), des Gastéropodes (*Strombus incertus, Pterodonta Dutrugei, Nerinea*, etc.), des Bivalves et des Polypiers du Cénomanien supérieur.

Un deuxième niveau (calcaire en plaquettes à silex passant au Sud de la chaîne majeure à des craies blanches) marque la limite entre le Cénomanien et le Turonien. Il a fourni *Neolobites Vibrayeanus, Engonoceras Thomasi*, associés à des Ammonites turoniennes (*Pachydiscus peramplus, Fagesia thevestensis, Thomasites Meslei, Th. Rollandi, Mammites* cf. *nodosoides*) et à *Rostellaria marocana* et *Astarte Seguenzæ*.

Enfin la masse principale des calcaires blancs est nettement turonienne avec *Neoptychites cephalotus, Clitopygus angustior, Astarte Seguenzæ*, etc.

Le Cénomano-Turonien s'amincit notablement vers l'Est (30^{m} à Tendrara) et vers le Nord (15^{m} au Guelb et Raza, Nord du Rakkame). Au Sud du Haut-Atlas il atteint son épaisseur maximum (près de 200^{m} dans les gorges du Guir).

4° *Marnes rouges* (Turonien supérieur, Coniacien?) intercalées de calcaires jaunes contenant par places des petits Gastéropodes. Elles admettent du gypse le long du pied nord du Grand Atlas (entre Meridja et Ksar Keddou). L'épaisseur de l'assise varie entre 150 et 360^{m}.

5° Une deuxième corniche, constituée par du *calcaire jaune* à débris d'Huîtres (*O. Tunetana* et autres), appartient déjà au Santonien. Elle est datée par *Phymosoma Solignaci* et *Procassidulus* cf. *linguiformis* et contient de nombreux Gastéropodes et Lamellibranches. Ces calcaires prennent de l'importance vers l'Est ainsi qu'à l'intérieur de la zone atlasique (Dir el Abiod) et atteignent 80^{m} d'épaisseur. Dans le Rekkame, les termes 4 et 5 ne forment qu'une seule assise de calcaires roses à *Cérithes* (Tinaf).

6° *Une troisième série marneuse* (plus de 100^{m}), encore santonienne, est d'origine marine. Ce sont les *marnes vertes* à *Alectryonia Nicasei*, contenant des géodes de quartz hyalin et des concrétions de calcédoine. Elles alternent avec des calcaires jaunes à glauconie. En plus des bancs d'Huîtres (*A. Nicasei, A. dichotoma, A. Forgemoli*), elles contiennent *Phymosoma Raguini* et *Hemiaster Fourneli*.

(²) J. Lambert, *Notes et Mémoires du Service des Mines du Maroc*, 39, 1937, p. 72-82.

A l'intérieur de l'Atlas, ainsi que le long de son pied nord (Tradit), les marnes à *A. Nicasei* font défaut et le calcaire santonien est surmonté par un complexe de grès rouges et conglomérats.

7° Le Santonien fossilifère est suivi de *calcaires à patine rose* sans fossiles (10-25^{m}) qui ne sont connus que le long de la bordure sud-est de la plaine de la Moulouya et dans quelques synclinaux de la zone des plis marginaux du Nord.

8° *Le terme final du Crétacé* est représenté dans la Chebka Khla, près d'Ouizert, au Sud de Missour, dans la région qu'étudie M. G. Dubar. Il s'agit de *Calcaires à silex* sans fossiles.

Ainsi le Cénomanien et le Turonien, datés par des faunes classiques, correspondent à l'extension maxima des mers crétacées qui couvraient le Sud-Est marocain, depuis Guelb et Raza (Rekkame) au Nord jusqu'à Tendrara à l'Est et Zegdou au Sud. Ensuite (terme 4) les marnes rouges indiquent un retrait général et l'établissement du régime lagunaire. Au Santonien, une nouvelle transgression moins étendue que la précédente vint de nouveau couvrir la région; elle a localement dépassé l'Atlas.

L'érosion tertiaire supprimant les couches terminales du Crétacé empêche aujourd'hui de reconstituer le détail de la régression post-santonienne. Cependant, à titre d'hypothèse, plus à l'Est (Dj. Mahroug, Tendrara), des calcaires jaunes ressemblant à ceux du Santonien inférieur (terme 5) apparaissent au milieu d'une puissante série rouge couronnée par des calcaires siliceux (³). Il est probable que cette série rutilante est l'équivalent des termes 4-7 et que les calcaires siliceux qui la surmontent, comparables à ceux de la Chebka Khla (terme 8), puissent correspondre à une troisième et dernière avancée de la mer.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure de la région occidentale du versant méridional de la Montagne Noire (Aude-Hérault).* Note de MM. **Marcel Thoral** et **Bernard Gèze**, présentée par M. Charles Jacob.

L'un de nous a signalé (¹) que la majeure partie des calcaires paléozoïques affleurant au Nord de Villeneuve-Minervois doivent être rangés dans le Gothlandien-Dévonien et non dans le Géorgien comme l'indiquent les cartes actuelles. Par suite le schéma tectonique classique de cette région doit être modifié.

(³) Ph. Russo, *Annales de l'Université de Lyon*, 46, 1927, p. 122.

(¹) M. Thoral, *C. R. som. Soc. géol. Fr.*, 16, 1938, p. 308-309.

Dans le territoire Cabardès-Minervois-Saint-Ponais, nous voyons toujours deux séries de formations paléozoïques : d'une part, un substratum Cambrien-Ordovicien inférieur, vraisemblablement autochtone; d'autre part, une couverture Ordovicien supérieur-Dévonien transgressive ou charriée sur le substratum.

Ces deux séries ont été plissées en commun lors de l'orogénèse hercynienne. Les anticlinaux du substratum montrent dans leur région axiale le complexe schisto-gréseux de Marcory, tandis que le bon niveau repère des calcaires à *Archæocyathus* géorgiens se développe plus ou moins sur chacun de leurs flancs. Les synclinaux de la couverture offrent une succession remarquable de calcaires à entroques d'âge Gothlandien-Dévonien inférieur et, localement, des marbres griottes du Dévonien supérieur.

Tous ces plis sont, dans l'ensemble, orientés WSW-ENE comme la bordure méridionale de la zone axiale métamorphique; le flanc SSE des synclinaux révèle des étirements ou des failles et les anticlinaux sont fréquemment déversés vers le NNW; de plus, aux environs de Ferrals-les-Montagnes, ils ont été violemment serrés contre le saillant gneissique Lespinassière-Labastide-Rouairoux; aussi note-t-on dans cette région de nombreux laminages et chevauchements dont l'étude de détail n'est pas achevée, mais de part et d'autre de ce segment on retrouve les mêmes unités tectoniques comprenant les mêmes formations offrant les mêmes faciès.

Partant de la bordure N du causse nummulitique de Minerve et gagnant vers le Nord, nous distinguons dans le substratum :

L'anticlinal du Montaud, qui se développe depuis la vallée de l'Ognon, près de Camplong (F. de Carcassonne), jusqu'à Rieussec (F. de Bédarieux). Près de son extrémité SW, il dégénère en pli-faille et les lames de calcaires géorgiens de son flanc NW viennent chevaucher les schistes ordoviciens fossilifères du synclinal suivant. A son extrémité NE, un décrochement le rejette vers le N et nous voyons son prolongement dans l'anticlinal de Marcory.

Le synclinal de Cassagnolles, dont la région axiale présente une belle série de schistes et grès de l'Ordovicien inférieur.

Un anticlinal, dont l'axe doit passer approximativement par Limousis, Montbonous (F. de Carcassonne), le Rocher de Roquedaut, le Mont Cayroux, Balagou (F. de Castres), et qui paraît se poursuivre vers Bégot-Haut (F. de Bédarieux). Les calcaires géorgiens du flanc SE de ce pli affleurent suivant une longue bande continue depuis le S de Salsigne, au SW, jusqu'au nord de Saint-André, au NE; ils se morcellent ensuite et donnent les petits affleurements des environs de Cassagnolles et la bande calcaire Ferrals-Lucarnis. Le flanc NW de cet anticlinal est moins visible; on peut néanmoins lui attribuer les alternances de calcaires marmoréens et de grès à faciès

Pardailhan qu'on observe à l'Est de Villanière, près de Fournes, au S de Castanviels (F. de Carcassonne) et, peut-être, l'affleurement de Crouzet, au SE des Verreries-de-Moussans, au NE de la zone brouillée (F. de Castres).

Au N de ce dernier anticlinal, nous n'avons plus trouvé de formations datées, aussi ne nous est-il pas possible de dire si le substratum Cambrien-Ordovicien inférieur monte sur la zone axiale métamorphique ou bien s'il est à l'origine de celle-ci.

Dans la couverture Ordovicien supérieur-Dévonien, nous trouvons :

Un *premier synclinal*, presque en bordure des formations métamorphiques. Il commence à Villanière, au SW (F. de Carcassonne), et se suit en continuité jusqu'à Masnaguine, au NE, au pied occidental du Rocher de Roquedaut (F. de Castres). De sa bordure N, à deux kilomètres environ à l'W de Cabrespine, se détache un petit synclinal qui passe aux Sériès, va s'élargissant vers l'W par les Ilhes, Carrus, le Cammazou, Canecaude et disparaît sous le Tertiaire dans le fond du ruisseau de Capservy (F. de Carcassonne). Sur la feuille de Castres, au N du Rocher de Roquedaut, la couverture Ordovicien supérieur-Dévonien paraît manquer totalement. Plus loin, vers le NE, elle constitue peut-être les lambeaux de la Balme (cote 735), la Pode et Peyrefiche. En tout cas, à partir des Verreries-de-Moussans, elle s'élargit de nouveau, gagne Courniou, puis, sur la feuille de Bédarieux, Saint-Pons et Olargues, dans la vallée du Jaur.

Le grand *synclinal de Caunes*, quelques kilomètres au S du précédent, bien visible depuis la Vallée de l'Orbiel, au SW (F. de Carcassonne), jusqu'à Saint-André, au NE (F. de Castres). On pourrait interpréter comme son prolongement vers le NE un synclinal qui apparaît dans les environs du Saint-Bauzille (F. de Castres) et se poursuit dans la direction de Cavenac et Bégot-Bas (F. de Bédarieux).

Pour compléter cette esquisse, nous ajouterons que, très généralement, sous les calcaires des synclinaux de la couverture, apparaissent des schistes et des grès tectonisés et quartzifiés. Les schistes lustrés avec plaquettes déformées à Bryozoaires de l'Ordovicien supérieur sont entre les formations injectées de quartz et les calcaires Gothlandien-Dévonien. En outre, localement, il semble que les plis de la couverture interfèrent avec ceux du substratum, les deux séries paraissent alors complètement indépendantes l'une de l'autre. Les recherches ultérieures permettront, peut-être, d'apporter une explication satisfaisante de ces faits.

HYDROLOGIE. — *Surface piézométrique d'une nappe d'eau aquifère alimentant un nombre quelconque de puits artésiens.* Note de M. **René Humery**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Un puits artésien, c'est-à-dire pratiqué sur une couche de sable aquifère sous pression, détermine une surface piézométrique, dont l'équation a été

calculée par les auteurs, en s'appuyant sur la loi de Dupuit, mais seulement dans le cas où le puits est unique. Si l'on suppose la couche sableuse limitée par un affleurement circulaire de rayon R, et si H est la charge hydrostatique, la surface piézométrique, qui est de révolution, a pour méridienne la courbe

$$z = H \frac{\text{Log}\,R - \text{Log}\,x}{\text{Log}\,R - \text{Log}\,r},$$

en prenant l'axe des x dans le plan hydrostatique, et en dirigeant l'axe positif des z vers le bas.

Dans cette expression r ne doit pas, contrairement aux auteurs, être égalé au rayon du tubage; car, à son extrémité inférieure, la vitesse de l'eau atteint un mètre par seconde, vitesse supérieure à celle qui est suffisante pour entraîner les grains de sable à l'extérieur.

De fait, il se produit à la base du puits une *poche* vide, qui, dans les anciens puits, se remplissait naturellement d'un sable plus gros et que, de nos jours, on comble avec des graviers, pour laisser passer l'eau sans perte de charge. La longueur r est donc mal connue, car elle représente en gros le rayon moyen de la poche, mais comme elle n'intervient, de même que R, que par son logarithme, il est inutile de rechercher une grande précision.

Si l'on considère un premier puits artésien jaillissant, la surface piézométrique, qu'il détermine, jouerait pour un nouveau puits le rôle de la surface hydrostatique initiale, à condition que la vitesse de l'eau au point considéré soit négligeable : ainsi la baisse due à ce nouveau puits s'additionnerait à la première.

De fait, dans la couche artésienne de sables verts du Bassin de Paris, la vitesse de l'eau à une distance de 1^{km} des puits se réduit à un millimètre à l'heure. Mais, si faible que soit cette vitesse, son rôle ne saurait être considéré comme nul; car, sans vitesse, la surface piézométrique se réduirait au plan hydrostatique. Mais d'autre part, les calculs exacts deviennent rapidement inextricables, et l'on est obligé de faire des hypothèses simplificatrices.

L'analyse du phénomène amène à remplacer la charge hydrostatique H_i du puits i par sa fraction $k_i H_i$ $(0 < k < 1)$. Si donc il existe n puits artésiens, la baisse piézométrique totale en un point situé aux distances $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n$ est

$$Z = \sum_1^n k_i H_i \frac{\text{Log}\,R - \text{Log}\,\rho_i}{\text{Log}\,R - \text{Log}\,r_i}.$$

L'intérêt de la méthode consiste dans le fait qu'il est possible de calculer les coefficients k_i ou de les éliminer. En effet, à la distance $\rho = r$ d'un puits déterminé, la perte de charge est précisément égale à la charge hydrostatique. D'où n équations de la forme

$$H_p = \sum_1^n k_i H_i \frac{\mathrm{Log}\,R - \mathrm{Log}\,D pp'}{\mathrm{Log}\,R - \mathrm{Log}\,r_i},$$

dans lesquelles Dpp' désigne la distance du puits p au puits p', et où $Dpp = r_p$.

En éliminant les n coefficients k_i entre les $n+1$ équations et après simplifications, l'équation générale de la surface piézométrique se présente, en coordonnées multipolaires, sous forme du déterminant

$$\begin{vmatrix} Z & \mathrm{Log}\dfrac{R}{\rho_1} & \mathrm{Log}\dfrac{R}{\rho_2} & \cdots & \mathrm{Log}\dfrac{R}{\rho_n} \\ H_1 & \mathrm{Log}\dfrac{R}{r_1} & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{1,2}} & \cdots & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{1,n}} \\ H_2 & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{2,1}} & \mathrm{Log}\dfrac{R}{r_2} & \cdots & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{2,n}} \\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ H_n & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{n,1}} & \mathrm{Log}\dfrac{R}{D_{n,2}} & \cdots & \mathrm{Log}\dfrac{R}{r_n} \end{vmatrix} = 0.$$

Dans le développement de ce déterminant, on retrouve les coefficients k (coefficients de H_i, divisés par le mineur de Z) qui mesurent la perte relative de charge du puits i.

Cette méthode élimine automatiquement la recherche des coefficients de perméabilité, qui sont mal connus et varient sans doute avec la pression.

L'équation en Z permet donc de calculer le niveau piézométrique d'un champ artésien en un point quelconque et d'en tirer toutes applications pratiques. Les vérifications ont été satisfaisantes et l'erreur inférieure à 50^{cm} pour une charge hydrostatique d'une centaine de mètres.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Mesures de la conductibilité et de l'ionisation de l'air dans les Alpes (Travail du Sanatorium des Étudiants de France et de la Chaire d'Hydrologie thérapeutique et de Climatologie de la Faculté de Médecine de Lyon)*. Note de M. **J. Moussiegt**, présentée par M. Charles Maurain.

Ces mesures ont été effectuées sur le Plateau des Petites-Roches (altitude 1150^m), situé au pied de la Dent de Crolles (2066^m, Grande-Chartreuse) et dominant la vallée de l'Isère. Nous disposions d'un compteur d'ions d'Israël, employant une méthode de charge : l'armature isolée d'un condensateur cylindrique se charge par l'apport des ions et l'on détermine le courant au moyen d'un électromètre de Lindemann. La sensibilité a pu être portée à 1600 divisions par volt, tout en ayant une aiguille suffisamment stable. Les mesures ont été faites autant que possible à la même heure (10^h T. M. G.).

Notre appareil ne nous a permis que rarement de bonnes déterminations de l'*ionisation totale*. De 23 mesures (entre le 16 juillet 1937 et le 10 juillet 1938) on déduit les moyennes suivantes qui fixent l'ordre de grandeur :

Nombre total d'ions positifs (petits et gros)...........	2214 par cm^3
Nombre total d'ions négatifs (petits et gros)...........	2335 »

Les mesures de la *conductibilité* de l'air et du *nombre des petits ions* ont été plus faciles. Nous les avons poursuivies avec la plus grande continuité possible du 13 décembre 1937 au 10 juillet 1938. Voici les moyennes qu'elles ont fournies :

Conductibilité de l'air (159 mesures)	par les ions positifs.........	$0{,}431.10^{-4}$ u. e. s. C. G. S.
	par les ions négatifs	$0{,}374.10^{-4}$ »
	totale	$0{,}805.10^{-4}$ »
Nombre de petits ions (110 mesures)	positifs....................	195 par cm^3
	négatifs....................	150 »

Les gros ions n'étant pas très nombreux, n'interviennent pratiquement pas dans la conductibilité de l'air. C'est pourquoi nous avons pu calculer à partir de la conductibilité et du nombre des petits ions la *mobilité* de ceux-ci, dont la moyenne (d'après 93 mesures) est :

Pour les ions positifs	1,37 (cm/s par volt/cm)
Pour les ions négatifs...........	1,56 »

Nous avons aussi voulu nous rendre compte de l'allure et de l'importance de la variation diurne. Douze séries journalières de mesures ont montré l'existence d'un minimum de la conductibilité au milieu de la journée; mais l'examen de chaque variation diurne semble indiquer une variation plus complexe, avec un maximum secondaire encadré par deux minima. Cette variation est celle du nombre des petits ions, cependant une légère variation de la mobilité (avec un minimum diurne) est probable.

Alors que l'influence de la température et de l'humidité se dégage mal de nos nombres, il apparaît que *la conductibilité dépend de l'origine des masses d'air* baignant la région. C'est ce qui ressort du tableau suivant présentant les moyennes dans l'ordre décroissant.

Air tropical maritime	$1,171.10^{-4}$ u.e.s.	(11 cas)
Air polaire maritime	0,866 »	(75 »)
Air méditerranéen	0,779 »	(18 »)
Air continental	0,675 »	(29 »)
Air stagnant ou mal caractérisé	0,636 »	(26 »)

D'autre part le passage des systèmes nuageux s'accompagne de variations importantes de la conductibilité. Dans les *intervalles*, où règne le beau temps, on a observé une moyenne de $0,663.10^{-4}$ u.e.s. (55 cas) bien inférieure à la moyenne générale ($0,805.10^{-4}$). Le *corps* des systèmes nuageux augmente la conductibilité, d'autant plus qu'il s'agit d'une perturbation plus énergique. Pour les systèmes orageux, la hausse est à peine sensible. Elle se manifeste déjà avec le *front* et aussi en *marge*, à un degré moindre. Ce sont les zones d'instabilité (*traîne*) et les zones brumeuses (*zones de liaison*) qui amènent les plus faibles conductibilités; quelques mesures dans le brouillard ont fourni des valeurs de l'ordre de $0,250.10^{-4}$, la moindre ayant été de $0,067.10^{-4}$. L'influence de l'origine des masses d'air serait mieux mise en évidence si l'on considérait uniquement les mesures effectuées dans les intervalles, mais notre nombre d'observations devient ici trop petit pour que les résultats soient probants; notons seulement que c'est dans l'air polaire maritime que la conductibilité par beau temps paraît la moins élevée (moyenne de $0,556.10^{-4}$ pour 16 mesures).

En suivant jour après jour la variation de la conductibilité, on voit comment elle est commandée par les conditions météorologiques, les maxima étant obtenus dans l'air tropical ou dans l'air polaire maritime des corps de systèmes nuageux.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Comparaison de sismographes électromagnétiques.* Note de M. GASTON GRENET et Mme PAUL QUENEY, présentée par M. Charles Maurain.

Depuis 1929, plusieurs nouveaux sismographes électromagnétiques ont été proposés. Avant de mettre au point de nouveaux appareils nous avons voulu examiner quels résultats on pouvait obtenir avec des appareils d'essais dont il était facile de modifier les caractéristiques.

Un premier sismographe horizontal a, pour les périodes supérieures à 2 secondes, des caractéristiques analogues à celles d'un sismographe à amplification mécanique de 16 secondes de période. Un second est aussi un sismographe horizontal, mais son amplification est sensiblement proportionnelle à la fréquence pour des périodes comprises entre 1 et 40 secondes. Le premier appareil est du même type que l'appareil original de Wenner (1); le deuxième sera appelé appareil type Benioff longue période, parce que ses caractéristiques se rapprochent de ce genre d'appareil (2). Toutefois, afin de faire varier plus facilement ses caractéristiques, il a été constitué d'une façon toute différente : pendule de 15kg (au lieu de 100), période 8 secondes (au lieu de 0,5), galvanomètre période 9 secondes (au lieu de 30 secondes ou même 1 minute). Un choix convenable des amortissements permet d'obtenir les caractéristiques désirées et surtout facilite grandement les modifications de sensibilité pour les petites périodes.

Une autre particularité réside dans le fait que la liaison entre le pendule et le galvanomètre est établie au moyen d'un pont de Wheatstone dont le galvanomètre forme l'une des diagonales et le pendule un des bras. Dans ces conditions si l'on envoie la décharge d'un condensateur dans le pont préalablement équilibré, elle passe uniquement dans le pendule auquel elle communique une certaine impulsion. Ce choc, toujours le même, appliqué au pendule, provoque un certain mouvement du galvanomètre qui est enregistré, ce qui permet de vérifier l'étalonnage de l'appareil. Il est à noter qu'un choix convenable des valeurs des résistances du pont permet d'appliquer ce procédé à tout sismographe électromagnétique sans en modifier les caractéristiques.

---

(1) *Bureau of Standards Journal of Research*, 2, 1929, p. 963.

(2) BENIOFF, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 22, 1932, p. 155.

Les constantes des deux appareils peuvent être définies par le tableau ci-après, qui donne leur amplification pour des mouvements sinusoïdaux du sol de diverses périodes.

Période en secondes.......	0,2.	0,4.	1.	2.	5.	10.	20.	50
Amplification Wenner...	47	96	257	470	920	890	370	150
Amplification Benioff....	10 700	11 500	7 100	4 200	1 760	830	380	233

Les deux pendules ont été orientés Est-Ouest et la comparaison a porté sur les périodes du 16-7-1938 au 13-8-1938 et du 4-9-1938 au 3-11-1938. Parmi les enregistrements obtenus, nous avons retenu 13 séismes lointains particulièrement caractéristiques pour la comparaison.

Le sismographe type Benioff amplifiant mieux les courtes périodes, donne une meilleure inscription des ondes du type P; toutefois cet avantage n'est vraiment sensible que pour le séisme du 23 octobre à $15^h 12^m$. Par contre, les ondes du type S sont beaucoup plus distinctes avec un appareil du type Wenner, précisément parce que les P et les microséismes à courte période sont moins amplifiés. Les ondes longues sont bien enregistrées avec l'un et avec l'autre appareil.

De cette comparaison, qui ne s'applique en toute rigueur qu'aux appareils essayés, on peut cependant déduire qu'un appareil du type Wenner est excellent pour l'étude de toutes les phases d'un téléséisme. Pour en faire un appareil universel il faudrait lui conserver une bonne amplification pour les ondes à courte période des séismes proches, de plus il y aura lieu de rechercher quelles sont les valeurs optima de la période et de l'amortissement.

Dans ce but nous avons mis en service un nouveau sismographe du type Wenner, mais amplifiant bien les courtes périodes (jusqu'à 0,2 seconde) et amplifiant les ondes des téléséismes comme un Wenner normal. Bien que l'agitation microséismique ait gêné les essais, cet appareil répond bien à ce que nous attendions de lui, puisqu'il a donné une excellente détermination du léger séisme ressenti à Saint-Marcellin à 180^{km}, le 8 décembre 1938 à $7^h 36^m$.

Afin de bien préciser notre point de vue au sujet des qualités d'un appareil type Wenner, il convient de noter que si nous pensons qu'il constitue un excellent appareil universel, par contre nous convenons que pour une station de premier ordre il est préférable de posséder des appareils plus sélectifs, par exemple : Galitzin, Benioff courte période, spécialisés chacun pour l'étude d'ondes d'un type donné.

BOTANIQUE. — *Un genre archaïque de Cucurbitacées de Madagascar.* Note de M. Henri Humbert, présentée par M. Auguste Chevalier.

Il existe dans la végétation xérophile du sud et du sud-ouest de Madagascar, deux espèces voisines de lianes à feuilles persistantes très charnues, entières, arrondies, pourvues de vrilles insérées latéralement au voisinage des pétioles. Assez répandues, elles avaient été envoyées au Muséum par les premiers explorateurs, mais, faute de fleurs et de fruits, elles n'avaient pu être étudiées. Mes investigations de 1924, 1928, 1933 et 1934 dans ces contrées, et, entre temps, celles de MM. R. Decary et H. Perrier de la Bâthie, ont procuré une belle série d'exemplaires avec fleurs des deux sexes (ce sont des plantes dioïques) et fruits à tous les stades.

Il s'agit incontestablement d'un genre singulier et archaïque de Cucurbitacées, fort intéressant tant au point de vue de la morphologie comparée, de l'organogénèse et de la phylogénie de cette famille difficile, souvent aberrante, qu'à celui des relations floristiques de Madagascar et des autres parties du globe. Ses caractères se résument dans la diagnose suivante :

Xerosicyos gen. nov. (*Cucurbitaceæ-Fevilleæ-Zanoninæ*). — Flores dioici. Florum ♂ receptaculum breviter cupulare; sepala 4, lanceolata; petala 4, in alabastro apice introflexa, quorum 2 opposita marginibus tecta, dein patula, ovato-acuminata; stamina 4, libera, alternipetala, aequelia, filamentis basi ad centrum disci approximatis, erectis, superne incrassatis et exterius inflexis, antheris dorsifixis, transversis, reniformibus, unilocularibus (rarissime fl. ♂ nonnulli 3-vel 5-meri). Pistillodium sæpius nullum. Florum ♀ receptaculum longe obconicum; sepala 4, ad mediam longitudinem ovarii margine transversali receptaculi adhaerentis inserta; petala 4, iis fl. ♂ similia; staminodia plerumque 4, ad basim petalorum tegentium bina; ovarium semi-inferum, primo adspectu biloculare, revera uniloculare sed placentis parietalibus 2 oppositis, crassis, superne latissimis, ad basim sensim angustatis, inter se contingentibus; ovula 4, in parte superiore placentarum utroque latere singulariter affixa, pendula, anatropa; styli 2, arcuato-conniventes, stigmatibus crassis undulatis subbilobatis coronati. Fructus obconico-compressus, apice truncatus vel late emarginatus, pericarpio parum incrassato, primum subcarnoso, dein indurato, rima superiore inter stylorum vestigia late segregata dehiscente; semina oblonga, compressa, ala oblonga omnino cincta. Frutices carnosi, scandentes, primo adspectu glabri sed pilis compositis minimis in partibus juvenilibus praediti. Folia alterna, petiolo basi articulato, integerrima, suborbicularia vel ovata, crassa, enervia. Cirrhi plerumque bifidi. Flores minimi, flavo-virides, pedicellis basi articulatis, ♂ in fasciculis umbelliformibus, axillaribus, condensati; ♀ eodem modo vel in paniculam laxiusculam dispositi.

Les deux espèces se distinguent de la façon suivante :

X. Danguyi nov. sp. — Rami subtereti, costulis 10-16 extra obsoletis sed in sectione transversa pericycli distinctis præditi, validi (ultimi 3-5^{mm} diam.). Folia pro rata magna, conspicue petiolata, crassissima (petiolo 9-15^{mm} longo, limbo 35-55^{mm} longo, 25-50^{mm} lato, ca. 5^{mm} crasso). Florum ♂ corolla ca. 7^{mm} diam. Fructus (12-14^{mm} longus, 10-12^{mm} superne latus) longe pedicellatus (pedicello ca. 25^{mm} longo). Typus : H. Humbert n° 2420. Madagascar Sud; remonte dans l'ouest jusqu'au Mangoky.

X. Perrieri nov. sp. — Rami tereti, costulis extra distinctissimis 8, pro rata graciles (ultimi 2-3^{mm} diam.). Folia parva, brevissime petiolata, parum crassa (petiolo 1-1,5^{mm} longo, limbo ca. 20^{mm} longo, 16-18^{mm} lato, 1^{mm} crasso). Florum ♂ corolla ca. 5^{mm} diam. Fructus (12-20^{mm} longus, 9-14^{mm} ore latus) breve pedicellatus (pedicello 2-5^{mm} longo). Typi : H. Perrier de la Bâthie, n°s 1994, 2707, 18659. Madagascar Sud; remonte dans l'ouest jusqu'à Maintirano et à l'Antsingy (Bemaraha).

La tribu des Févillées, dans laquelle se place ce genre, est nouvelle pour Madagascar. Le genre *Xerosicyos* s'apparente de près au genre indo-malayo-papou *Zanonia* L. et d'un peu plus loin au genre africain *Gerrardanthus* Harv., mais ceux-ci, ainsi que les autres genres de la sous-tribu des Zanoninées actuellement connus, ont un ovaire à 3 placentas et à 3 styles, des graines différentes; les *Zanonia* ont moins de sépales (3 ou 4) que de pétales (5) et d'étamines (5); les *Gerrardanthus* ont un périanthe pentamère et 5 étamines dont une imparfaite aux fleurs ♂; en outre leurs feuilles sont membraneuses et non charnues. Il y a lieu d'élargir les diagnoses des Févillées et des Zanoninées pour y inclure ce nouveau genre bicarpellé.

Les fleurs des *Xerosicyos* sont remarquables par la simplicité de leur organisation combinée à la fluctuation de caractères importants dans chacun de leurs verticilles. Aucune Cucurbitacée ne présente un tel minimum de concrescences dans la structure florale. Les fleurs ♂ sont normalement 4-mères (comme les verticilles externes des fl. ♀), mais parfois une même inflorescence offre en mélange quelques fl. ♂ 3- ou 5-mères; sépales, pétales et étamines sont libres et régulièrement alternes; dans X. *Perrieri*, un pistillode s'y ajoute assez souvent. Dans les fleurs ♀, sépales, pétales et staminodes s'individualisent vers la moitié de la longueur de l'ovaire, de sorte que celui-ci est libre dans sa partie supérieure ovulifère; les staminodes sont normalement rapprochés deux à deux en face des pétales recouvrants, et un peu divergents, mais parfois l'une des deux paires de staminodes est remplacée par un staminode isolé, droit, exactement oppositipétale; les deux paires peuvent même être remplacées ainsi chacune par un seul staminode. Les placentas, quoique étroitement

affrontés, ne contractent entre eux aucune soudure. Les feuilles elles-mêmes, isofaciales, à 5 faisceaux libéroligneux principaux en disposition palmée, sont du type le plus simple. La tige possède des groupes de tubes criblés périmédullaires, lesquels manquent dans les genres alliés.

Les considérations précédentes s'ajoutent aux particularités de la distribution géographique des deux genres les plus voisins pour permettre de conclure que le g. *Xerosicyos* appartient à l'élément floristique le plus ancien de l'île, et fait partie d'un groupe phylétique dont il s'est individualisé par ségrégation depuis les époques lointaines de rupture des connexions indo-malgaches d'une part et africano-malgaches d'autre part.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'action de la colchicine sur les cellules végétales*. Note de M. GEORGES MANGENOT, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les remarquables travaux de Dustin et de ses collaborateurs, auxquels on doit de connaître l'action caryoclasique de la colchicine sur les cellules animales, devaient susciter des recherches parallèles sur les cellules végétales : Dustin, Havas et Lits ont, les premiers, abordé cette étude; puis les travaux de Gavaudan, Havas, Nebel, Levan et les nôtres ont fait connaître de nombreux faits nouveaux sur ce même sujet. Nous résumerons, dans cette Note, certaines conclusions générales auxquelles nous ont conduit, jusqu'à présent, nos investigations; celles-ci ont porté sur les racines de diverses Angiospermes (*Vicia Faba*, *Lupinus albus*, *Ricinus communis*, *Veronica Beccabunga*, *Allium Cepa*, *Hyacinthus orientalis*) traitées, pendant des temps très variés, par des solutions de colchicine à 1/2000 dans du liquide de Knop.

I. Les seules parties de la racine sensibles à l'action de la colchicine sont, d'une part le méristème apical, d'autre part les ébauches radicellaires; les ébauches radicellaires les plus jeunes, à peine distinctes des autres éléments péricycliques, sont révélées, dans les racines traitées, grâce à leur vive réaction à l'alcaloïde. Dans ces objets, la colchicine est exactement, suivant l'expression de Dustin, un réactif de l'*imminence caryocinétique*.

II. La colchicine n'élève en aucun cas, mais au contraire, déprime toujours, suivant une courbe plus ou moins régulière, le nombre des caryocinèses, évalué d'après les prophases.

III. La caryocinèse colchicinique (*stathmocinèse* de Dustin) a été précé-

demment décrite (¹); on soulignera que les caractères atypiques de cette mitose paraissent dépendre exclusivement d'un défaut de fonctionnement du fuseau : la disposition du réseau de chromatine ou des prochromosomes dans les noyaux interphasiques, les processus prophasiques, la structure et le clivage des chromosomes n'offrent, dans la stathmocinèse, aucun caractère franchement anormal. Mais ces cinèses, qui conduisent à la formation de noyaux polyploïdes (d'où l'utilisation de la colchicine par les généticiens : Blakeslee, Simonet), ne se succèdent pas indéfiniment dans les méristèmes des racines soumises à l'action de l'alcaloïde; après un temps de séjour variable dans la solution active (par exemple une dizaine de jours pour *Allium Cepa*), les stathmocinèses s'arrêtent définitivement; dès lors, les noyaux ne peuvent plus entrer en prophase, même si un milieu de culture normal est substitué au milieu colchiciné.

IV. La colchicine produit encore d'autres troubles remarquables.

D'une part les *fragmentations de noyaux* sont très fréquentes dans le méristème apical ou les ébauches radicellaires des racines colchicinées; il s'agit, soit d'amitoses plus ou moins typiques, soit d'une segmentation en micronoyaux plus ou moins nombreux. Ce phénomène intervient avec d'autant plus d'intensité que le séjour dans le milieu colchiciné a été plus prolongé : par exemple, dans des racines d'*Allium Cepa* soumises, pendant quinze jours, à l'action de l'alcaloïde, on observe, à défaut de stathmocinèses, d'innombrables images de fragmentation.

D'autre part il n'est pas douteux que la colchicine peut produire une *augmentation considérable du volume nucléaire*, indépendamment de toute stathmocinèse. Ce processus, surtout, et peut-être même exclusivement, réalisé dans les cellules des ébauches radicellaires les plus jeunes (*Allium Cepa*, *Veronica Beccabunga :* chez ces deux espèces, ébauches radicellaires et méristèmes apicaux réagissent différemment à l'alcaloïde), est très impressionnant : il aboutit à la formation de noyaux gigantesques (par exemple de 100 à 150$^{\mu}$ de grand axe chez *A. Cepa*, espèce dont les noyaux normaux ont un diamètre de 10 à 15$^{\mu}$), capables encore d'entrer en prophase et formant alors des centaines de chromosomes; ceux-ci, clivés longitudinalement et disséminés sur un fuseau géant, sont d'abord normaux; puis (au moins chez *A. Cepa*) ils dégénèrent, s'accolent les uns aux autres,

---

(¹) *C. R. Soc. de Biol.*, **128**, 1938, p. 501; on trouvera dans cette Note l'indication des principaux travaux antérieurs; voir aussi P. et N. Gavaudan, *C. R. Soc. de Biol.*, **128**, 1938, p. 714.

enfin se confondent en plages irrégulières auxquelles la réaction de Feulgen confère un rouge vermillon intense.

V. Des expériences préliminaires permettent d'affirmer que l'action de la colchicine est profondément différente de celle des rayons X ou d'autres agents chimiques, tels que le chloral.

VI. Les caractéristiques les plus générales de l'action de la colchicine peuvent être interprétées de la manière suivante. L'alcaloïde, paralysant instantanément le fonctionnement du fuseau caryocinétique, empêche la division et, par conséquent, la prolifération cellulaire; par contre, il n'apporte immédiatement aucun trouble profond dans le métabolisme général de la cellule; celle-ci reste vivante; sa structure n'est pas altérée; les cellules situées dans la zone d'allongement d'une racine colchicinée sont donc aptes à recevoir et reçoivent les mêmes matériaux nourriciers, les mêmes substances de croissance que les cellules situées au niveau correspondant d'une racine vivant en milieu normal; mais, dans cette dernière, les cellules sensibles aux facteurs de la croissance sont constamment renouvelées par la prolifération du méristème apical; elles ne le sont pas, au contraire, dans la racine colchicinée : d'où l'hypertrophie des cellules de la zone de croissance et la tuméfaction de cette zone. Ce phénomène, qui apparaît longtemps avant la constitution de noyaux polyploïdes ou géants, est bien, comme nous l'avons précédemment montré, un trouble de la croissance ([2]).

VII. Mais la racine colchicinée finit par souffrir : les stathmocinèses s'arrêtent; les fragmentations nucléaires deviennent plus nombreuses. A ce moment, un processus lent de nécrose peut s'installer. Ou bien, les cellules de l'extrémité de la racine se différencient et cessent alors d'être sensibles à l'alcaloïde : un groupe de trachéides isodiamétriques est formé, dans l'axe de l'intumescence, à l'extrémité du faisceau ligneux, établissant le passage entre celui-ci et le parenchyme environnant; quelques très courts trachéides se forment aussi dans l'axe des ébauches radicellaires encore noyées dans l'écorce et les raccordent au faisceau vasculaire principal. Les nodules radicellaires profonds, l'extrémité tuméfiée de la racine se comportent ainsi comme tous les organes à croissance finie.

([2]) *C. R. Soc. de Biol.*, 128, 1938, p. 565.

MYCOLOGIE. — *Recherches écologiques sur* Physarum didermoides *Rost, Myxomycète endosporé.* Note de MM. **André Michalski** et **François-Xavier Skupieński**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Une belle colonie de sporanges de *Physarum didermoides* Rost fut trouvée par nous en automne de 1937 sur un tas de débris végétaux aux environs de Wilno. Cette récolte nous a permis d'entreprendre une série de recherches d'ordre écologique, intéressant le domaine des Myxomycètes.

La gélose aux bouillons de carotte et de pomme de terre, la gélose à l'extrait de terre et d'humus, ainsi que la gélose à différentes concentrations de moût de bière, furent utilisées comme milieux de cultures.

Sur les substratums ainsi préparés et stérilisés, nous ensemencions aseptiquement les spores prélevées des sporanges fraîchement récoltés. Les cultures ainsi montées furent gardées à la même température (température de la chambre) et exposées à la même intensité lumineuse. Au bout de trois jours, nous pouvions constater que la surface des substratums riches en substances nutritives (jus de carotte et de pomme de terre, moût de bière) était couverte d'une couche de Bactéries, tandis que les substratums à l'extrait de terre et à l'eau pure en étaient presque complètement dépourvus. Seule la gélose à l'extrait d'humus se couvrait d'une légère couche de Bactéries.

Vers le septième jour après l'ensemencement des Bactéries, à la surface de tous les substratums apparaissent les plasmodes.

Les Bactéries qui se développent dans les cultures sont celles qui vivent en pseudo-symbiose avec le Myxomycète. Quand les plasmodes se forment, ils se nourrissent des Bactéries elles-mêmes d'un côté, et de produits d'hydrolyse du substratum (gélose) de l'autre. Cette hydrolyse est effectuée par les plasmodes en collaboration avec les Bactéries.

Si, dans les cultures sur les substratums riches en substances nutritives, les plasmodes sont vigoureux, ils se fusionnent au bout d'un certain temps pour former un seul grand plasmode qui va bientôt fructifier; sur le substratum maigre et pauvre en Bactéries, les petits plasmodes ne se fusionnent pas, restent toujours pâles et ne fructifient jamais.

Au cours de cette évolution, les petits plasmodes dissolvent très légèrement la gélose en laissant de très faibles empreintes à sa surface. Dans les substratums riches en substances nutritives, et par suite riches en

Bactéries, les plasmodes creusent des trous profonds qui le traversent d'une part à l'autre. Ces trous se font exclusivement aux points où les Bactéries forment d'épaisses agglomérations. Sur les substratums pauvres en substances nutritives et présentant un faible développement de Bactéries, les plasmodes ne creusent jamais de trous.

Les cultures obtenues non pas par l'ensemencement de spores, mais par le transport de fragments de plasmodes d'une autre culture fournissaient toujours des plasmodes normaux, aboutissant aux fructifications normales. Il y a donc ici la régénération à partir d'une masse amorphe plasmodique, de plasmodes différenciés, capables de fructifier. Ces nouveaux plasmodes régénérés peuvent se comporter de différentes façons.

Sur substratum riche en substances nutritives, ils évoluent très vite, grâce au développement intense des Bactéries, et fructifient assez rapidement (plus rapidement que les plasmodes provenant des spores).

Sur substratum pauvre en substances nutritives, l'évolution d'un plasmode régénéré se fait très mal grâce au développement presque nul des Bactéries. Un pareil plasmode, après avoir traîné un certain temps à la surface du substratum, sur lequel il laisse des empreintes assez nettes et bien visibles, meurt sans aboutir à la fructification. La même chose se passe avec les plasmodes provenant des spores ensemencées sur substratum pauvre en substances nutritives. La prospérité du Myxomycète dépend par conséquent étroitement des Bactéries.

Nous pouvions constater également que, dans les cultures dans lesquelles se sont introduits par hasard certains microorganismes étrangers (Moisissures, Bactéries), les plasmodes prospéraient mieux et fournissaient par suite de plus nombreuses fructifications. Ce fait nous a permis de conclure que le *Physarum didermoides* a besoin pour son développement normal d'éléments vivants (Bactéries, Champignons) et n'est pas capable d'utiliser directement le substratum sur lequel il vit. Pour le prouver, nous déposions au voisinage des plasmodes, *cultivés sur les substratums dépourvus de substances nutritives,* des colonies de différentes espèces de Bactéries et nous pouvions constater que les plasmodes s'approchaient immédiatement de celles-ci et les mangeaient complètement.

L'action la plus nette a été obtenue avec *Bacillus mesentericus* (Pflügge) Lehm. et Neum., retiré par nous-mêmes de la terre et cultivé avec succès sur gélose au moût de bière à 8 pour 100. Cette Bactérie fournit d'énormes masses zoogléiques et se prête par conséquent aux opérations de prélèvement. Un fragment d'une pareille masse zoogléique, prélevé et transporté

à l'aide d'une anse de platine stérilisée dans une culture contenant des plasmodes affamés, devenait un véritable point d'attraction pour ces derniers. Au bout de quelques heures, les petits plasmodes, même très éloignés, s'approchaient de la masse bactérienne, mesurant environ 2^{mm^3}, qui disparaissait complètement au bout de 3 à 4 jours et les plasmodes, jusqu'à présent libres, se fusionnaient en un seul plasmode fortement ramifié et de couleur jaune grisâtre. Dans ces conditions le substratum ne subissait aucune destruction. Les plasmodes ainsi fortifiés ne fructifient pas toujours : leur fructification dépend étroitement de la quantité de Bactéries absorbées.

Si le premier transport n'est pas suffisant, le deuxième peut subvenir aux besoins du plasmode en évolution. Celui-ci, après avoir bien mangé, quitte le territoire de la colonie bactérienne et fructifie en un point quelconque du substratum et parfois au voisinage même de la colonie bactérienne. Si, au contraire, on dépose dans la culture du Myxomycète les Bactéries (*B. mesentericus*) mortes, transportées même en grande quantité, elles ne sont pas mangées par le plasmode. Celui-ci continue sa vie misérable et finalement meurt.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Cucurbitacées. Développement de l'embryon chez le* Bryonia dioica *Jacq.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

La tétrade se présente sous deux aspects, ses deux cellules inférieures, *m* et *ci*, étant séparées soit par une paroi oblique, plus ou moins rapprochée de la verticale (*fig.* 2 et 3), soit par une paroi nettement transversale (*fig.* 4). A ces deux sortes de tétrades se rattachent deux séries de formes proembryonnaires.

La première série dérive de la tétrade avec paroi inférieure oblique. Les figures 5, 8, 10, 11, 16, 18, 22, 24, 25 montrent comment se comportent, dans ce cas, les deux cellules *m* et *ci*; avant que *m* ne se segmente verticalement (*fig.* 10) ou obliquement (*fig.* 11), *ci* se divise transversalement et donne deux éléments superposés *n* et *n'* (*fig.* 5, 6, 8, 10, 11); *n'* engendrera un court suspenseur, tandis que *n* contribuera, avec *m*, à la construction d'une hypophyse véritable, génératrice des initiales de l'écorce de la racine et du primordium de la coiffe.

---

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 686; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 58, 1911, p. 542, et 59, 1912, p. 23.

La deuxième série de formes dérive de la tétrade avec paroi inférieure horizontale (*fig.* 4). Par les figures 4, 7, 9, 12, 19, 20, 28, on voit comment procède alors la segmentation dans les deux éléments *m* et *ci*; *ci*, par division transversale, engendre encore deux cellules superposées *n* et *n'* (*fig.* 7, 9, 12), mais ces deux cellules entrent l'une et l'autre dans la construction du court suspenseur; *m*, par cloisons verticales cruciales (*fig.* 7, 19, 28), produit quatre quadrants hypophysaires dont les processus ultérieurs de division sont étroitement comparables à ceux qui ont été décrits au sujet du *Myosurus minimus* (1). Dans cette deuxième série de formes, par conséquent, l'hypophyse tire tout entière son origine de la cellule intermédiaire de la tétrade, *m*, comme chez les Renonculacées et les Œnothéracées, tandis que dans la deuxième série de formes elle a double origine, étant engendrée par l'élément *m* et par la cellule *n*, fille de la cellule inférieure *ci* de la tétrade. Aux derniers stades de la vie proembryonnaire (*fig.* 29 à 36), quand, avec les progrès de la segmentation, les traces des premières parois ne peuvent plus être exactement déterminées, il devient impossible de distinguer les formes de l'une ou de l'autre des deux séries.

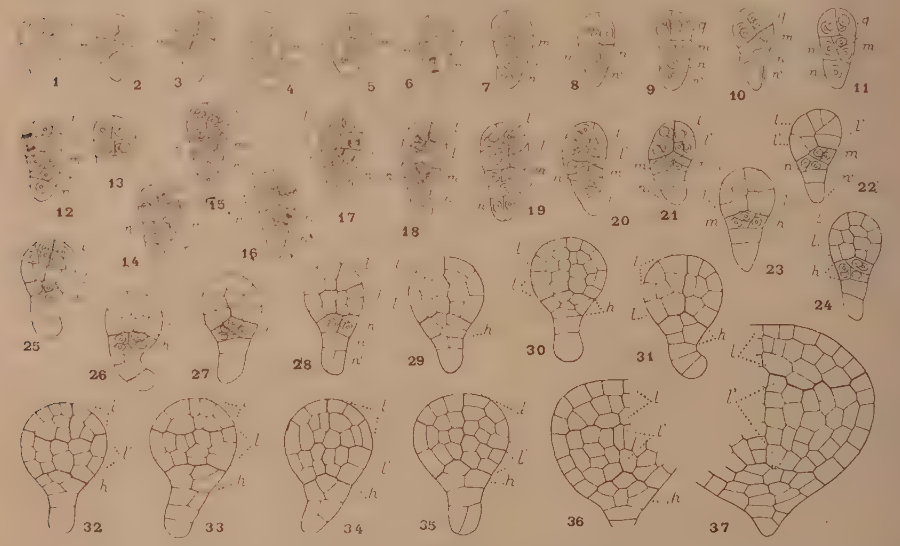


Fig. 1 à 37. — *Bryonia dioica* Jacq. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules filles de la cellule basale; *n* et *n'*, cellules filles de *ci*; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *h*, hypophyse. G. = 300.

Les deux cellules supérieures de la tétrade, toujours juxtaposées, donnent, par divisions verticales (*fig.* 8 à 11), quatre quadrants qui ne paraissent pas dans tous les cas nettement disposés dans un plan horizontal. Aux dépens des quadrants, se constituent huit octants (*fig.* 12 à 16), plus ou moins bien distribués en deux étages *l* et *l'*, engendrant l'un la partie cotylée, l'autre la partie hypocotylée. Dans les octants, les cloisons prennent des directions tantôt longitudinales (*fig.* 21 et 23, à droite, 25, 26), tantôt

transversales (*fig.* 18, 20), tantôt tangentielles (*fig.* 23 à gauche, 25 à droite), tantôt diversement inclinées (*fig* 21 à gauche, 22). L'irrégularité de ces divisions rend la différenciation intérieure très tardive; au terme de la vie proembryonnaire (*fig.* 37), les deux histogènes internes ne sont pas distinctement séparés.

Les affinités des Cucurbitacées sont toujours très discutées. Les données embryogéniques fournies par le *Bryonia dioica* ne peuvent seules livrer la solution du problème. Elles démontrent cependant que les Cucurbitacées s'écartent de toutes les Gamopétales à formes embryonnaires filamenteuses et qu'il faut remonter aux groupes primitifs se rapportant au type embryonomique des Ranales pour trouver le secret de leur origine. On ne saurait, d'autre part, étant donnée la diœcie de la Bryone, considérer les deux séries de formes observées comme étant l'une mâle, l'autre femelle, car, chez des espèces à fleurs hermaphrodites, ont été déjà rencontrées de même plusieurs séries de formes se rattachant à différents types de proembryons, tétra- ou octocellulaires.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Théorie générale de l'action des rayons X sur les éléments biologiques*. Note (1) de M. **Jean Reboul**, transmise par M. Arsène d'Arsonval.

Crowther, il y a quelques années, proposa une méthode permettant d'évaluer par le calcul l'effet d'une dose donnée de rayons X (déterminée par son intensité et sa durée d'application) sur un ensemble d'éléments biologiques. La loi d'action sur cet ensemble d'individus supposés identiques à tous les points de vue est une loi de hasard, et l'on admet qu'un individu donné sera détruit ou lésé s'il se trouve « atteint » par le rayonnement X un nombre déterminé de fois p; p, qui serait variable selon l'effet cherché, est l'ordre de la réaction biologique considérée. Nous n'envisageons ici que l'action léthale. L'examen des calculs, par ailleurs classiques, montre que les résultats sont indépendants du mécanisme d'action des rayons X sur les cellules, et qu'il n'intervient qu'une constante arbitraire α qui est la probabilité pour qu'une cellule soit « atteinte » par une dose unité de rayons X dans l'unité de temps. Le nombre d'individus survivant à l'application d'une dose q de rayons X supposée administrée dans l'unité de temps par le faisceau de rayons X est donné par la suite

(1) Séance du 9 janvier 1939.

de Poisson

$$(1) \qquad Y = N e^{-\alpha q}\left[1 + \frac{\alpha q}{1!} + \frac{(\alpha q)^2}{2!} + \ldots + \frac{(\alpha q)^{p-1}}{(p-1)!}\right].$$

Cette formule a pu être vérifiée expérimentalement, du moins les courbes expérimentales ont-elles l'allure générale des courbes définies par l'équation (1). Mais des travaux expérimentaux ont montré qu'il intervient un autre facteur, et le plus souvent le nombre d'individus survivant à une dose q de rayons X est supérieur à celui prévu par la théorie; cette anomalie peut s'interpréter en admettant qu'un certain nombre d'individus échappent à la destruction par les rayons X. Tout se passe comme si un certain nombre des « atteintes » reçues par ces individus étaient inefficaces; il n'existe pas de théorie générale de ce phénomène; la plupart des auteurs qui ont abordé la question l'ont traitée en faisant une hypothèse *a priori* sur la raison de l'inefficacité d'action; de tels calculs courent donc le risque de négliger un facteur qui peut être important, en restreignant la probabilité qui existe qu'une atteinte reste inefficace.

Pour établir une théorie plus générale, à l'hypothèse fondamentale classique nous ajoutons l'hypothèse suivante : il existe une probabilité β pour qu'un élément ne soit pas détruit bien qu'il ait été *atteint* un nombre suffisant de fois p; nous ne supposons rien *a priori* sur la raison pour laquelle cet élément échappe à la destruction par p atteintes, mais nous admettons qu'il puisse être détruit par $p+n$ atteintes. Le calcul peut se poursuivre sur ces bases, et l'on trouve que le nombre d'individus *atteints* moins de p fois et atteints p fois ou davantage mais sans être détruits, donc le nombre d'individus survivant à l'action des rayons X est donné par la formule

$$(2) \qquad Y = N e^{-\alpha q}\left[1 + \frac{\alpha q}{1!} + \ldots + \frac{(\alpha q)^{p-1}}{(p-1)!} + \varphi(p, q)\right],$$

$\varphi(p, q)$ est un nombre correctif qui s'écrit

$$\varphi(p, q) = \beta\frac{(\alpha q)^p}{p!}\left[1 + \frac{\beta\alpha q}{2!} + \ldots + \frac{(\beta\alpha q)^n}{(n+1)\ldots(n+p)} + \ldots\right].$$

La formule (2) prend une forme plus remarquable; si l'on désigne par $F(q)$ la suite de Poisson, le nombre d'individus survivant à la dose q est finalement

$$(3) \qquad Y = N\{F(q) + \beta^{1-p} e^{-\alpha q(1-\beta)}[1 - F(\beta, q)]\},$$

et le nombre correctif s'écrit

$$N\beta^{1-p}e^{-\alpha q(1-\beta)}[1-F(\beta, q)].$$

L'allure générale des courbes définies par l'équation (3) est la même que celle des courbes expérimentales et des courbes définies par l'équation (1) dans la formule (3) se vérifie expérimentalement aussi bien que celle donnée par Crowther. On constate que l'on peut aisément confondre une courbe (1) d'ordre p avec une courbe (3) d'ordre $p-K$. C'est peut-être là une cause du fait que l'on n'a jamais trouvé de réactions biologiques d'ordre I, on sait qu'en effet, l'ordre d'une réaction biologique se détermine d'après une propriété des courbes (1), qui assigne une valeur simple à l'abscisse du point d'inflexion; cette méthode se trouve en défaut si les courbes expérimentales doivent être représentées par la formule (3) et non par la formule (1).

Une révision des résultats tirés de l'application de la formule de Crowther semble donc nécessaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de la saturation oxygénée du sang artériel sur la production d'acide lactique par le muscle strié*. Note de MM. **Marius Piéry**, **Jean Enselme**, **Carlos Peschiera** et Mlle **Marie-Antoinette Nova**, présentée par M. Charles Achard.

Un certain nombre d'anoxies tissulaires sont dues à une anomalie de la distribution de l'oxygène au niveau des tissus. En première appréciation deux facteurs peuvent jouer : la quantité d'oxygène apportée d'une part, la saturation oxygénée du sang artériel de ce tissu d'autre part. Monge [1] a montré que dans certaines polyglobulies d'altitude il existe une teneur élevée d'oxygène assurant une distribution suffisante de ce gaz. Seule la saturation est différente, et cependant on observe des signes cliniques d'anoxie.

Nous avons pensé apporter à la solution de ce problème un argument utile en procédant à une série d'expériences permettant de comparer d'une part la saturation d'un sang artériel, d'autre part la teneur en acide lactique de muscles irrigués par ce sang, la production d'acide lactique étant prise comme témoin de l'anoxie. Nous avons pour cela utilisé le protocole expérimental suivant :

---

[1] *Les Érythrémies de l'altitude*, Paris, 1929, 134 p.

Des lapins ayant à peu près le même âge et le même poids, maintenus à jeun depuis quelques heures, sont anesthésiés au moyen d'une solution de sonéryl injectée dans le péritoine. Sur ces lapins le jambier antérieur est débarrassé de toutes ses liaisons aponévrotiques; on lui conserve cependant ses liaisons vasculo-nerveuses. Les divers plans sont refermés par des pinces. L'animal est laissé au repos pendant un quart d'heure.

La tête de l'animal est alors placée dans un masque. Une entrée d'air amène un mélange d'oxygène, d'azote et d'anhydride carbonique. Le mélange est fait dans des proportions convenables afin de provoquer chez l'animal des saturations oxygénées variables du sang. Au moment où la respiration commence à faiblir on pratique deux actes simultanés :

a. Une prise de sang sous paraffine dans le ventricule gauche : elle sert à établir la capacité (C), la saturation oxygénée (S), la teneur en oxygène du sang artériel (T).

b. Une brusque réfrigération sur place du jambier antérieur à — 80°. Le muscle congelé est ensuite traité par la méthode de Friedmann, Cotoni et Schaffer ([2]) pour doser son acide lactique (A. L.). Nous avons groupé les saturations voisines afin d'obtenir des moyennes. Une représentation graphique du phénomène nous a paru illusoire, les causes de perturbation sont en effet nombreuses (état acide-base du muscle, quantité de cytochromes présents, vaso-dilatation locale qui peut favoriser ou contrarier un départ plus ou moins grand de l'acide lactique, etc.), et nous pensons que ce qu'il faut chercher c'est seulement une concordance des moyennes. Nos résultats (en milligrammes pour 1^g) sont les suivants :

a. Saturations basses.

	C.	T.	S.	A. L.	CO^2.
1....	15,52	1,35	8	145	
2....	13,62	1,16	9	50	
3....	14,32	1,42	9	59	
4....	13,47	3,04	12	99	
5....	11,02	1,37	12	60	62
Moy.	13,59	1,668	10	80	

b. Saturations faibles.

	C.	T.	S.	A. L.	CO^2.
6....	12,65	2,92	23	81	
7....	11,69	1,99	32	60	
8....	16,28	1,57	36	33	
9....	13,39	5,5	41	73	62
Moy.	13,5	2,99	33.	66,75	

c. Saturations moyennes.

	C.	T.	S.	A. L.	CO^2.
10....	26,71	4,63	61	55	34
11....	14,5	10,7	73	43	
Moy..	20,6	7,66	67	49	

d. Saturations fortes.

	C.	T.	S.	A. L.	CO^2.
12....	16,01	15,39	96	37	47
13....	8,11	7,91	98	34	56
14....	18,53	5,39	99	23	
Moy..	14,21	6,13	97	31	

Si l'on essaie un pareil groupement pour la teneur en oxygène on ne trouve aucune proportionnalité. La teneur en oxygène est cependant un facteur important de la distribution d'oxygène.

([2]) *Journ. of Biol. Chem.*, 73, 1929, p. 335.

Par contre la saturation oxygénée du sang artériel et la teneur en acide lactique du muscle irrigué varient, on le voit d'après ces moyennes, en sens inverse. La saturation est donc un facteur indépendant et important de l'oxydation au niveau des tissus.

SÉROLOGIE. — *De la sérothérapie antidiphtérique par voie cutanée.* Note de M. **Alexandre Besredka**, présentée par M. Louis Martin.

La peau du lapin, rasée et légèrement scarifiée, est recouverte d'une compresse de gaze, imbibée de sérum antidiphtérique dilué d'eau physiologique (50 pour 100). Cette compresse est maintenue en place pendant 24 heures au moyen d'un pansement qui enveloppe la grande partie de l'abdomen. La peau est ensuite lavée au savon et à l'eau physiologique, pour enlever toute trace de sérum; si l'expérience le permet, on remet un pansement sec pendant 24 heures pour éviter toute souillure extérieure.

La toxine diphtérique est injectée dans la peau du flanc, à des doses qui varient de 1/40000 à 1/100000 de centimètre cube. Cette injection, suivant l'expérience, suit ou précède l'application du pansement antidiphtérique. La toxine et le sérum sont tantôt administrés du même côté, à plusieurs heures d'intervalle, tantôt sur les côtés opposés. Dans quelques expériences la toxine a été injectée de chaque côté du flanc, tandis que la compresse antidiphtérique était appliquée sur un côté seulement. Voici, à titre d'exemples, deux de ces expériences.

Expérience I. — Elle a porté sur cinq lapins dont un témoin. A tous ces animaux il a été fait deux piqûres de 1/40000 centimètre cube de toxine, chacune, dans la peau du flanc droit. Les quatre lapins en expérience ont eu leurs pansements, après des intervalles de une, deux, quatre et cinq heures, du même côté, c'est-à-dire, sur le flanc droit. Les réactions locales étaient notées chaque jour pendant deux semaines. Ici nous ne pouvons qu'indiquer les grandes lignes en nous réservant d'y revenir prochainement dans un autre Recueil.

Les deux lapins ayant eu leurs pansements antidiphtériques, une ou deux heures après l'injection de la toxine, ont présenté, le 3ᵉ jour, deux taches rosées qui se sont rapidement effacées; le 5ᵉ jour, la peau a repris son aspect normal.

Les deux lapins ayant reçu leurs pansements antidiphtériques, quatre ou cinq heures après l'injection de la toxine, ont présenté, vers le quatrième jour, une plaque rouge recouverte d'une croûtelle jaune; vers le 8ᵉ jour, ces croûtelles se sont détachées et la peau est redevenue complètement normale.

Quant au lapin témoin, il a présenté, à partir du 4ᵉ jour, au niveau de chaque piqûre, une croûte jaune noirâtre qui est devenue de plus en plus forte et de plus en

plus adhérente au tissu sous-jacent; les croûtes ont persisté pendant 15 jours environ.

Expérience II. — Elle a porté sur six lapins. Il leur a été injecté 1/50000 de centimètre cube de toxine dans la peau du flanc droit et autant dans la peau du flanc gauche. Sur ces six lapins, un n'a pas eu de pansement; à un autre on a mis, une heure après la toxine, un pansement au bouillon ordinaire; deux lapins ont eu des pansements au sérum normal de cheval; enfin, deux lapins ont été pansés au sérum antidiphtérique. Les pansements ont été appliqués une ou trois heures après la toxine. Les compresses, imbibées de sérum, étaient posées chez tous les lapins sur un côté seulement, sur la peau du flanc droit. Voici quel fut le résultat de cette expérience.

Les deux lapins, pansés au sérum antidiphtérique, présentèrent des réactions insignifiantes à droite, c'est-à-dire du côté des compresses et, du côté opposé aux pansements, des réactions un peu plus accusées, soit des taches rouges ou rosées.

Le lapin témoin, le lapin pansé au bouillon ordinaire, ainsi que les deux lapins pansés au sérum normal de cheval, ont présenté au 4e jour, de grosses croûtes fort adhérentes, le plus souvent complètement noires.

Donc le sérum antidiphtérique, appliqué sur la peau légèrement scarifiée, même plusieurs heures après la pénétration de la toxine, est capable de préserver le lapin contre la nécrose grave qui se produit chez les témoins. Cette action curative ne s'exerce pas seulement sur la région directement imbibée du sérum, elle s'étend aussi à la peau du côté opposé. L'avantage de ce mode d'administration du sérum réside dans la facilité de son application et dans l'absence de tout risque d'accidents anaphylactiques, en raison de la lente résorption du sérum par voie cutanée.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Influence de la température et de l'humidité sur la pathogénie de l'aspergillose des Acridiens.* Note [1] de M. **Pierre Lepesme**, présentée par M. Paul Marchal.

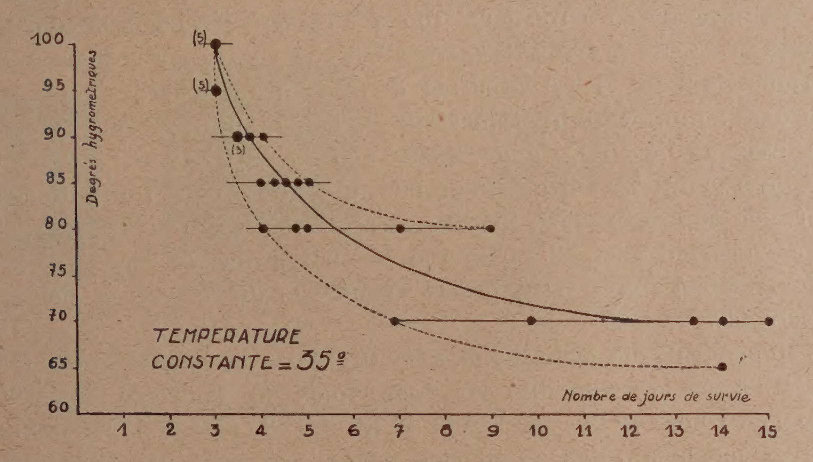
J'ai étudié l'influence des conditions extérieures sur la pathogénie de l'aspergillose qui décimait les élevages de Criquet pélerin (*Schistocerca gregaria* Forsk.) du Laboratoire Central de Biologie Acridienne de Paris [2], des expériences préliminaires m'ayant révélé l'importance de ces facteurs et en particulier de deux d'entre eux, la température et l'humidité.

J'ai utilisé pour mes recherches des cloches en verre permettant d'obtenir

(1) Séance du 27 décembre 1938.

(2) Cf. *Bull. Soc. Hist. Nat. Afr. du Nord*, **29**, 1938, p. 372.

une humidité constante grâce à divers mélanges hygroscopiques, ces cloches étant elles-mêmes disposées dans une étuve à température constante. La contamination a été réalisée par introduction de quelques conidies d'*Aspergillus flavus* dans la deuxième paire de stigmates thoraciques des Criquets. Ces Criquets étaient des *Schistocerca gregaria* adultes à maturité sexuelle prélevés dans un lot homogène. Il est nécessaire de distinguer trois phases dans la mycose : 1° la contamination ou pénétration des



conidies dans les voies trachéennes; 2° l'infection correspondant à la germination des conidies et au développement du mycélium dans le tissu musculaire; 3° la mort.

La température et l'humidité n'ont aucune action directe sur la contamination; les facteurs externes ne peuvent avoir, d'une manière générale, qu'une influence tout à fait indirecte, en favorisant plus ou moins l'ouverture des stigmates respiratoires.

Par contre la germination des conidies est étroitement liée aux deux facteurs précités, et mes recherches ont montré qu'une température minimum de 18° et une humidité minimum de 55 pour 100 étaient nécessaires à cet effet. Le premier minimum qui paraît élevé, à priori, s'est révélé normal lorsque j'ai pu déterminer la température optimum de croissance du mycélium : cette dernière est en effet comprise entre 32 et 35°, et ceci explique les ravages de l'aspergillose dans les élevages de Criquets pélerins du laboratoire, la température et l'humidité considérées comme optima pour une reproduction active de ces insectes étant voisines respec-

tivement de 35° et 100 pour 100. Le mycélium se développe donc dans le tissu musculaire d'autant plus vite que la température est élevée.

Quant aux conditions extérieures correspondant à la phase mortelle, elles coïncident avec les facteurs optima précédemment cités et nous avons effectué une série complémentaire d'expériences pour préciser les limites entre lesquelles pouvait varier l'humidité pour une température constante de 35°. La courbe ci-dessus indique les résultats obtenus : on voit que si une humidité de 95 à 100 pour 100 assure régulièrement la mort des insectes en 3 jours, le temps de survie s'accroît à mesure que le degré hygrométrique s'abaisse et les variations de ce temps de survie s'accroissent également : à un degré hygrométrique de 80 pour 100, certains individus moururent au bout de 4 jours, d'autres au bout de 7 jours, d'autres au bout de 9 jours; à un degré hygrométrique de 70 pour 100, un criquet mourut au bout de 7 jours, tous les autres au bout de 10 à 15 jours; à un degré hygrométrique de 65 pour 100, un seul criquet mourut au bout de 14 jours, les 4 autres étant encore vivants 22 jours après le début de l'expérience.

Pratiquement, on peut donc admettre qu'à 35° l'*Aspergillus flavus* est pathogène si l'humidité est d'au moins 70 pour 100. Au-dessus de 80 pour 100, il est très pathogène; entre 70 et 80 pour 100 interviennent d'autres facteurs qui nous échappent, mais où les variations de résistance individuelles jouent certainement un grand rôle. En tout cas, le chiffre de 35° concorde avec la seule observation signalée à notre connaissance, sur l'influence de la température sur la pathogénie des *Aspergillus* parasites : Wilson P. Gee et A. Ballard Massey [3] ont trouvé en effet que l'*Aspergillus flavescens* Eidam, sans action sur la chenille de *Malacosoma americana* entre 21 et 27°, devient pathogène pour cette chenille à la température de 37° par pulvérisation de spores.

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

---

[3] *Mycologia*, 4, n° 5, septembre 1912.